

Krzysztof Cichy*

KAPITAŁ LUDZKI W MODELACH I TEORII WZROSTU GOSPODARCZEGO

Wprowadzenie

Jednym z najistotniejszych pytań zadawanych przez ekonomistów jest pytanie o przyczyny zróżnicowania bogactwa narodów. Dlaczego niektóre kraje są bardzo biedne, a inne bardzo bogate? Jak pomóc biednym krajom osiągnąć wyższy wzrost gospodarczy tak, by mogły zmniejszyć swoje ubóstwo? Próby odpowiedzi na te pytania można znaleźć w teorii wzrostu gospodarczego¹. Wiele z obecnych rozważań teoretycznych nawiązuje do modelu Solowa² z 1956 roku. Model ten objaśnia różnice PKB *per capita* w różnych krajach zróżnicowanym tempem akumulacji kapitału fizycznego. Badania empiryczne pokazują jednak, że tempo akumulacji kapitału nie może w pełni wyjaśnić międzynarodowych różnic dochodu narodowego. Współcześnie, coraz większą rolę przypisuje się kapitałowi ludzkiemu. W artykule tym dokonano przeglądu wybranych prac na temat kapitału ludzkiego, a w szczególności jego roli we wzroście gospodarczym.

W pierwszym punkcie zwrócono uwagę na przyczyny zainteresowania się ekonomistów problematyką kapitału ludzkiego. W drugim punkcie dokonano chronologicznego przeglądu prac dotyczących kapitału ludzkiego, pod kątem sposobu jego definiowania i pomiaru. W trzecim punkcie opisano szczegółowo wybrane modele kapitału ludzkiego. W podsumowaniu wskazano na kierunki dalszych badań dotyczących zagadnienia kapitału ludzkiego w teorii wzrostu gospodarczego.

* Autor przygotowuje rozprawę doktorską w Katedrze Ekonomii Matematycznej pod kierunkiem dr hab. Krzysztofa Malagi.

¹ Krótki przegląd prac z zakresu teorii wzrostu gospodarczego można znaleźć np. w: K. Malaga, *Konwergencja gospodarcza w krajach OECD w świetle zagregowanych modeli wzrostu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2004.

² R. Solow, *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics 1956, No. 70, s. 65-94.

1. Zagadnienia prowadzące do rozważań nad kapitałem ludzkim

Jednym z pierwszych ekonomistów, który dostrzegł, że każdy człowiek może być traktowany jako forma kapitału, był A. Smith³. Pisał on, że umiejętności nabywane przez wszystkich mieszkańców kraju można uznać za część jego kapitału. Podobnie uważał J. H. von Thünen, który argumentował, że uznawanie człowieka za formę kapitału wcale nie uwłacza jego godności.

Jednym z najwcześniejszych zagadnień, z których wyrastają późniejsze modele z kapitałem ludzkim, jest kształtowanie się rozkładu dochodów indywidualnych⁴. F. Galton stwierdził w latach osiemdziesiątych XIX wieku, że zróżnicowane proporcje w budowie ludzkiego ciała można opisać rozkładem normalnym, a więc taki sam rozkład powinny mieć też ludzkie zdolności, co z kolei powinno prowadzić do normalnego rozkładu dochodów. Stwierdzono jednak, że dochody rozkładają się raczej zgodnie z zasadą Pareto, tj. około 20% ludności uzyskuje ponad 80% dochodów. A. C. Pigou nazwał to paradoksem⁵, że normalny rozkład zdolności prowadzi do wysoce skośnego rozkładu dochodów. Paradoks ten wyjaśniał według niego fakt, że pewne inne czynniki zakłócają relację między dochodem a zdolnościami. R. Gibrat uważał⁶, że rozkład dochodów podlega działaniu czynników losowych, które wpływają na względne, a nie bezwzględne, zmiany dochodu. Prowadzi to do logarytmiczno-normalnego rozkładu dochodów, który znajduje na ogół potwierdzenie w obserwacjach. W ekonomicznej analizie dochodu wyjaśnienie jego zróżnicowania za pomocą czynników losowych, bez podania ich źródła, jest równoznaczne z przyznaniem się do porażki. Nie ulega wątpliwości, że czynniki nieekonomiczne odgrywają dużą rolę w procesie podziału dochodów, ale czynniki związane z racjonalnym zachowaniem się poszczególnych ludzi na pewno nie mogą być pominięte.

W 1891 roku J. Nicholson⁷ napisał pracę o „żyjącym” kapitale, który zdefiniował jako ta część kapitału, która – w odróżnieniu od ziemi,

³ Według: T. Schultz, *Investment in Human Capital*, American Economic Review 1961, No. 51, s. 1-17.

⁴ J. Mincer, *Investment in Human Capital and Personal Income Distribution*, Journal of Political Economy 1958, No. 66, s. 281-302.

⁵ A. C. Pigou, *The Economics of Welfare*, Macmillan&Co., Londyn 1932, s. 648.

⁶ R. Gibrat, *Les Inégalités économiques*, Sirey, Paryż 1931.

⁷ J. Nicholson, *The Living Capital of the United Kingdom*, Economic Journal 1891, No. 1, s. 95-107.

budynków, maszyn, itp. – „zawarta” jest w ludziach. Autor stwierdził, że w XVIII wieku kapitał „żyjący” był powszechnie uwzględniany we wszelkich próbach szacowania bogactwa narodów. W XIX wieku zaniechano tego jednak, co zdaniem Nicholsona było błędem, ponieważ w efekcie zaczęto przeceniać wartość maszyn i bogactwa materialnego. Nicholson zastanawiał się więc nad sposobami uwzględniania „żyjącej” części bogactwa narodowego.

Również neoklasycy początków XX wieku (np. I. Fisher, A. Marshall) uważali⁸, że z ekonomicznego punktu widzenia ludzkie zdolności i wiedza mogą być bardzo istotne, sądzili jednak, że włączenie tych aspektów do analizy ekonomicznej nie jest w praktyce możliwe.

2. Różne sposoby definiowania i pomiaru kapitału ludzkiego

2.1. Lata 1958-1967

Jedną z pierwszych prac, w których pojawiło się pojęcie kapitału ludzkiego, była praca amerykańskiego ekonomisty polskiego pochodzenia J. Mincera z 1958 roku⁹. Autor zakładał, że w procesie podziału dochodu najistotniejsze są czynniki związane z racjonalnym zachowaniem się poszczególnych jednostek. Mincer wprowadził pojęcie inwestowania w kapitał ludzki – rozumiane jako proces uczenia się – najpierw w szkole (edukacja formalna), a później zdobywanie doświadczenia zawodowego. Zbudował on model, w którym poszczególne jednostki mają takie same zdolności i szanse na wejście do dowolnego zawodu. Zawody różnią się wymaganym okresem nauki. Jeżeli dany zawód wymaga dłuższej nauki, oznacza to stratę czasu, który można by poświęcić na pracę zarobkową. Aby skompensować krótszy okres pracy, zawody wymagające dłuższej nauki powinny dawać większe zarobki, by wyrównać wartości zdyskontowanych zarobków w całym okresie aktywności zawodowej. Mincer rozważał przypadek, gdy koszty związane z odroczeniem zarabiania są jedynymi kosztami ponoszonymi przez poszczególne osoby. Wnioski płynące z jego modelu są intuicyjne – zawody wymagające dłuższej nauki zapewniają wyższą płacę. Różnica pomiędzy zarobkami wzrasta wtedy, gdy rośnie stopa dyskontowa przyszłych zarobków (będąca miarą poświęcenia uczącej się jednostki). Różnica ta jest tym większa, im mniejsza jest długość całkowitego okresu nauki i pracy. Z modelu wyni-

⁸ Według: T. Schultz, *Investment...*, op. cit.

⁹ J. Mincer, *Investment...*, op. cit.

ka także jeden mniej intuicyjny wniosek – jeżeli różnica czasu nauki różnych osób jest stała, to różnica ich zarobków jest tym większa, im dłużej się uczyli. Na przykład, różnica między ośmioma a dziesięcioma latami nauki jest większa, niż między dwoma a czterema latami nauki. Z modelu wynika, że różnice w zarobkach reprezentantów różnych zawodów są prostą funkcją różnicy czasu nauki. Mincer rozszerzył jednak model tak, aby uwzględnić różnice zarobków osób wewnątrz zawodów, uzależniając je od doświadczenia w pracy, czyli czasu, od jakiego jednostka w zawodzie pracuje. Ponieważ w ramach poszczególnych zawodów nie ma różnic w czasie edukacji formalnej, sprowadza się ono do wieku badanych osób. Począwszy od pewnego wieku, nad efektem większego doświadczenia zaczyna jednak przeważać efekt zmniejszających się możliwości rozważanych jednostek, wywołowany starzeniem się. Mincer rozpatrywał również trudności, jakie można napotkać przy próbie empirycznej weryfikacji tego modelu. Uważał, że uwzględnienie doświadczenia zawodowego nie jest bardzo trudne, gdyż dobrą jego miarą jest wiek. Więcej trudności pojawia się w pomiarze edukacji formalnej, gdyż dane statystyczne nie uwzględniają np. nauki w szkołach handlowych i praktyk. Trudności te, według Mincera, zmniejszyć można do pewnego stopnia, przypisując zawodom średnią liczbę lat nauki i nie rozważając zachowań poszczególnych jednostek. Trudności spowodowane są też różnymi definicjami zarobków, co powoduje, że w operowaniu danymi statystycznymi pojawia się arbitralność. Podsumowując, w modelu Mincera kapitał ludzki rozumiany jest jako suma wiedzy zdobywanej w szkole, a następnie w trakcie wykonywania pracy. Jest on mierzony długością okresu edukacji formalnej oraz wiekiem, odzwierciedlającym doświadczenie poszczególnych jednostek¹⁰.

Jednym z pionierów problematyki kapitału ludzkiego był także T. Schultz. Klasyczną pracą na ten temat jest jego praca¹¹ z 1961 roku. Według Schultza, jest oczywiste, że ludzie nabywają pewne zdolności i wiedzę, ale nie jest oczywiste, że nabyte zdolności i wiedza mogą być uważane za formę kapitału, która może wyjaśnić, dlaczego w XX wieku wzrost gospodarczy stał się tak szybki, mimo że wzrost zasobu kapitału fizycznego, ziemi czy pracy tak szybki nie był. Schultz uważał, że ludzie nie byli traktowani jako forma kapitału, głównie dlatego, że porównywanie ludzi do maszyn było niemoralne, gdyż pamiętano ciągle o czasach

¹⁰ Model Mincera przedstawiono bardziej szczegółowo w punkcie 3.

¹¹ T. Schultz, *Investment...*, op. cit.

niewolnictwa. Jeżeli jednak spojrzeć na inwestowanie jednostki w samą siebie jako na sposób prowadzący do maksymalizowania własnego dobrobytu, to nie ma w tym nic niemoralnego. Schultz stwierdził, że duża część konsumpcji może być uważana za inwestycję w kapitał ludzki, przykładem czego są wydatki na szkolnictwo i zdrowie, wewnętrzne migracje w poszukiwaniu lepszych możliwości zarobkowych, a także szkolenia i nabywanie doświadczenia w pracy. Wydatki te, podobnie jak czas wolny wykorzystywany na zdobywanie wiedzy i doskonalenie się, nie pojawiają się jednak nigdzie w systemie rachunkowości narodowej, mimo ich niewątpliwie istotnego wpływu na rozwój gospodarczy i społeczny. Schultz argumentował, że inwestycje w kapitał ludzki są główną przyczyną wzrostu realnych zarobków na osobę.

G. Becker¹² wprowadził pojęcie inwestowania w kapitał ludzki jako alokację zasobów, która wpływa na przyszłe realne dochody. Rozumiał przez to szkolnictwo, zdobywanie doświadczenia w pracy, opiekę medyczną, a także zdobywanie informacji na temat funkcjonowania systemu gospodarczego. Wymienione sposoby inwestowania w kapitał ludzki różnią się pod względem ich wpływu na zarobki i konsumpcję. Wszystkie jednak podnoszą fizyczne i psychiczne zdolności ludzi, zwiększając w ten sposób ich rzeczywiste dochody. Becker zwracał też uwagę na to, że zróżnicowanie zasobów kapitału fizycznego nie tłumaczy różnic w poziomie dochodu narodowego. Oczywisty staje się więc fakt, że na wzrost gospodarczy coraz większy wpływ mają takie czynniki jak wiedza i technologia. Tym samym analiza i modele uwzględniające kapitał ludzki mogą być pomocne w zrozumieniu problematyki wzrostu gospodarczego. W swojej pracy Becker przedstawił teorię kapitału ludzkiego, która miała wytłumaczyć takie zjawiska empiryczne, jak: gasnący wzrost zarobków wraz z wiekiem, ujemną korelację stóp bezrobocia i poziomu umiejętności, częstsze zmiany pracy i większą liczbę różnego rodzaju szkoleń u ludzi młodszych, czy też dodatnio skośny rozkład zarobków, szczególnie wśród pracowników wysoko wykwalifikowanych. Największą uwagę poświęcił on inwestowaniu w kapitał ludzki poprzez szkolenia w pracy, które były dla niego podstawą dla zunifikowanego modelu kapitału ludzkiego¹³.

¹² G. Becker, *Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis*, Journal of Political Economy 1962, No. 70, s. 9-49.

¹³ Model Beckera bardziej szczegółowo opisano w punkcie 3.

B. Weisbrod stwierdził w swej pracy¹⁴, że społeczeństwo zaczęło dostrzegać, że wzrost gospodarczy to nie tylko zmiany w maszynach, ale także w ludziach. Inwestowanie w ludzi umożliwia wykorzystanie postępu technicznego i dalszy postęp. Rozwój medycyny sprawił, że inwestowanie w edukację stało się bardziej opłacalne dzięki zwiększeniu średniej długości życia. Z kolei inwestowanie w edukację rozszerza naszą wiedzę, co prowadzi do wzrostu produktywności i dalszego postępu medycyny. Do wzrostu gospodarczego przyczynia się więc zarówno inwestowanie w kapitał fizyczny, jak i w kapitał ludzki, do którego Weisbrod, podobnie jak Schultz i Becker, zaliczał przede wszystkim zdrowie i szkolnictwo (zdobywanie wiedzy w szkole, a także zdobywanie doświadczeń i szkolenia w pracy). Autor zauważał, że dotychczasowe badania nad efektami szkolnictwa koncentrowały się głównie na jego wpływie na zarobki, co nie jest na pewno jedynym obszarem wartym rozważań. Efekty zewnętrzne działań związanych z edukacją są bardzo istotne – zyskują na nich nie tylko studenci, ale też np. ich przyszłe dzieci, czy nawet, jak argumentuje autor, sąsiedzi. Weisbrod analizował beneficjentów szkolnictwa i zastanawiał się nad sposobami pomiarów korzyści edukacyjnych.

Problematyką kapitału ludzkiego zajął się też H. Uzawa w swojej klasycznej pracy¹⁵ z 1965 roku, zawierającej opis modelu wzrostu gospodarczego, w którym rozwój wiedzy technologicznej jest osiągany przez alokację zasobów w taki sposób, że osiągany jest optymalny wzrost. Dyskusję prowadził w oparciu o model Solowa-Swana. Stan technologii opisywany był funkcją, mnożącą wielkość wykorzystywanego w procesie produkcji zatrudnienia. Funkcja ta wyraża więc efektywność pracy, a jej wartość wynika z funkcjonowania tzw. sektora „edukacyjnego”, w skład którego wchodzi szkolnictwo, służba zdrowia, infrastruktura itp. Sektor „edukacyjny” zwiększa efektywność pracy ludzi w sektorze produkcyjnym, a więc podwyższa ich umiejętności, lub np. ich stan zdrowia, czyli, we współczesnej terminologii, zwiększa ich poziom kapitału ludzkiego. Sektor „edukacyjny” wykorzystuje tylko pracę, a stosunek liczby zatrudnionych w tym sektorze do całkowitego zasobu siły roboczej określa stopę wzrostu efektywności pracy, i jest jednym

¹⁴ B. Weisbrod, *Education and Investment in Human Capital*, Journal of Political Economy 1962, No. 70, s. 106-123.

¹⁵ H. Uzawa, *Optimum Technical Change in An Aggregative Model of Economic Growth*, International Economic Review 1965, No. 6, s. 18-31.

z czynników determinujących stopę wzrostu całej gospodarki. Uzawa pokazał, w jakich warunkach stopa ta będzie najwyższa. Kapitał ludzki, mimo że Uzawa nie użył tego określenia, jest w jego modelu ważnym czynnikiem wzrostu gospodarczego.

Nową hipotezę mogącą objaśniać wzrost gospodarczy zaproponowali w 1966 roku R. Nelson i E. Phelps¹⁶. Po pierwsze, autorzy ci postulowali¹⁷, że podczas gdy wzrost bariery technologicznej odzwierciedla tempo nowych odkryć, to wzrost całkowitej produktywności czynników (TFP¹⁸) zależy od sposobu wdrażania tych odkryć i rośnie wraz z dystansem pomiędzy barierą technologiczną i poziomem obecnej produktywności. W zastosowaniu do dyfuzji technologii między krajami (z krajem liderem reprezentującym barierę technologiczną) – jest to formalizacja hipotezy o nadrabianiu dystansu¹⁹, sformułowanej przez Gerschenkrona w 1962 roku. Po drugie, Nelson i Phelps sugerowali, że tempo, z jakim zmniejsza się luka pomiędzy barierą technologiczną, a obecnym poziomem produktywności, zależy od poziomu kapitału ludzkiego. Pogląd ten jest zaprzeczeniem wcześniejszych opinii, że kapitał ludzki jest raczej argumentem funkcji produkcji gospodarki.

Y. Ben-Porath²⁰ rozwinął w swojej pracy teorię stworzoną przez Mincera i Beckera²¹, skupiając się jednak bardziej na stronie popytowej kapitału ludzkiego. Wprowadził on funkcję produkcji kapitału ludzkiego, której postać zależy m.in. od zdolności, jakości szkolnictwa, możliwości i ograniczeń instytucjonalnych, itp. Pojawia się pojęcie kosztów produkcji, co pozwala na określenie optymalnej ścieżki inwestycji, wyznaczenie indywidualnej alokacji czasu i wyjaśnienie, jaki jest wpływ funkcji produkcji na cykl życia zarobków. Kapitał ludzki jest rozumiany podobnie jak w pracach Beckera, czyli jest pojęciem analogicznym do maszyn w przypadku kapitału fizycznego – jego zasób jest argumentem funkcji produkcji innych dóbr. Zasób kapitału ludzkiego jest determinowany

¹⁶ R. Nelson, E. Phelps, *Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth*, American Economic Review 1966, No. 56, s. 69-75.

¹⁷ Według: J. Benhabib, M. Spiegel, *Human Capital and Technology Diffusion*, szkic rozdziału przygotowywanego do pracy: P. Aghion, S. Durlauf (red.), *Handbook of Economic Growth*, 2002.

¹⁸ Ang. *Total Factor Productivity*.

¹⁹ Ang. *catch-up*.

²⁰ Y. Ben-Porath, *The Production of Human Capital and the Life Cycle of Earnings*, Journal of Political Economy 1967, No. 75, s. 352-365.

²¹ Także w wielu innych niż opisane pracach.

przez rozwiązanie zadania maksymalizacji wartości bieżącej dochodów do dyspozycji, generowanych przez całe życie wykorzystującej kapitał ludzki jednostki. Jednostka chce osiągnąć jak największe dochody w ciągu całego swojego życia, inwestując w kapitał ludzki dokładnie tyle, ile potrzeba do osiągnięcia tego celu²².

Od końca lat sześćdziesiątych do końca lat osiemdziesiątych XX wieku powstało niewiele nowych teorii kapitału ludzkiego. Inwestowanie w kapitał ludzki rozumiane było, jak wspomniano wcześniej, jako inwestowanie w zdrowie i szkolnictwo, czy też ogólniej, jako wszelkie czynności, które prowadzą do wzrostu przyszłych realnych zarobków.

2.2. Lata 1988-2005

Nowy nurt badań nad kapitałem ludzkim i nowego sposobu jego rozumienia zapoczątkowała praca R. Lucasa²³ z 1988 roku. Autor zastanawiał się w niej nad konstrukcją neoklasycznej teorii wzrostu gospodarczego i handlu międzynarodowego, która byłaby zgodna z danymi empirycznymi na temat rozwoju gospodarczego na świecie. Lucas rozważał i porównywał z danymi empirycznymi trzy modele podkreślające różne aspekty: akumulację kapitału fizycznego i postęp techniczny, akumulację kapitału ludzkiego poprzez szkolnictwo oraz akumulację specjalistycznego kapitału ludzkiego wskutek zdobywania doświadczenia²⁴. Pierwszy model wyraźnie przeczy danym rzeczywistym i nie pozwala w żaden sposób wytłumaczyć różnic obserwowanych w rozwoju gospodarczym poszczególnych krajów. Lucas postanowił więc wprowadzić do tego modelu kapitał ludzki, powołując się na wcześniejsze próby Schultza, Beckera i Uzawy. Przez kapitał ludzki rozumiał on ogólny poziom zdolności danej jednostki: pracownik z kapitałem ludzkim $h(t)$ jest z punktu widzenia produkcji ekwiwalentem dwóch pracowników z kapitałem ludzkim po $\frac{1}{2} h(t)$ lub pracownika na pół etatu z kapitałem ludzkim $2 h(t)$. Teoria kapitału ludzkiego skupia się na tym, że sposób, w jaki jednostka w danej chwili rozdziela swój czas między różne rodzaje aktywności wpływa na jej produktywność (czyli poziom kapitału ludzkiego) w przyszłości. W trzecim modelu cała akumulacja kapitału ludzkiego wynika z procesu uczenia się poprzez działanie (*learning-by-doing*). Aby wyodrębnić rolę

²² Model Ben-Poratha szczegółowo przeanalizowano w punkcie 3.

²³ R. Lucas, *On the Mechanics of Economic Development*, Journal of Monetary Economics 1988, No. 22, s. 3-42.

²⁴ Ang. *learning-by-doing*.

kapitału ludzkiego, autor nie brał pod uwagę „zwykłego” kapitału ludzkiego akumulowanego w szkole. Kapitał ludzki jest rozumiany jako zdolności jednostki użyteczne w produkcji danego dobra, tzn. wielkość produkcji i -tego dobra zależy od poziomu i -tego wyspecjalizowanego kapitału ludzkiego $h_i(t)$. Wysoka produktywność pracowników wyspecjalizowanych w produkcji i -tego dobra $h_i(t)$ nie przekłada się na ich zdolności do produkcji dobra j -tego $h_j(t)$. Sytuacja jest więc diametralnie inna niż w modelu drugim, gdzie kapitał ludzki jest raczej ogólną wiedzą, która może być użyteczna w produkcji dowolnych dóbr. W obu modelach akumulacja kapitału ludzkiego jest jednak związana z poświęceniem obecnej użyteczności, na rzecz użyteczności przyszłej. W pierwszym modelu kapitał ludzkiego to poświęcenie przyjmuje postać redukcji konsumpcji obecnej, a w drugim mniej satysfakcjonującej kombinacji konsumowanych dóbr, niż byłaby możliwa do uzyskania przy wolniejszej akumulacji kapitału ludzkiego²⁵.

Bardziej rozwiniętą teorię, w stosunku do swojej pracy z 1962 roku, przedstawił Becker w 1990 roku²⁶. Umieścił on inwestowanie w kapitał ludzki na centralnym miejscu w swoim modelu wzrostu gospodarczego. Kapitał ludzki rozumiany jest w nim jako wiedza „zawarta” w ludziach. Zakłada się, że wyższy poziom kapitału ludzkiego przyspiesza jego dalszą akumulację. Z kolei do inwestowania w kapitał ludzki zniechęca wysoka płodność. Wzrost liczby ludności w modelu jest endogeniczny i ma duży wpływ na własności stanów stacjonarnych. Becker pokazał, że może pojawić się wiele stanów stacjonarnych, tzn. w zależności od warunków początkowych gospodarka może osiągnąć różny poziom i tempo rozwoju. Dużą rolę odgrywa więc historia oraz czynniki losowe. W krajach o niskim początkowym poziomie kapitału ludzkiego i wysokiej płodności nie da się osiągnąć wysokiej stopy wzrostu, co może tłumaczyć wysokie zróżnicowanie poziomu bogactwa na świecie. Kraje z niskimi zasobami kapitału ludzkiego osiągają stan stacjonarny, charakteryzujący się niskimi inwestycjami w kapitał ludzki i wysoką płodnością (a więc dużymi rodzinami). Z kolei w krajach z wysokim poziomem kapitału ludzkiego inwestycje w niego są wysokie, a płodność niska. Becker zastanawiał się nad możliwością zastosowania odpowiedniej polityki gospodarczej wspierającej inwestycje, która polegałaby na

²⁵ Model Lucasa bardziej szczegółowo opisano w punkcie 3.

²⁶ G. Becker, K. Murphy, R. Tamura, *Human Capital, Fertility and Economic Growth*, Journal of Political Economy 1990, No. 98, s. S12-S37.

„przełączeniu” gospodarki ze stanu stacjonarnego dającego niski wzrost przy niskim poziomie kapitału ludzkiego, do stanu stacjonarnego generującego wysoki wzrost.

Nieco inne podejście do syntezy zjawiska wzrostu gospodarczego i inwestycji w kapitał ludzki zaproponowali Azariadis i Drazen²⁷ w 1990 roku. Posługiwali się oni pojęciem progowych efektów zewnętrznych, które objawiają się tym, że jeżeli jakieś zmienne ekonomiczne osiągają pewien próg, to wpływa to na bardzo wysoki wzrost innych wielkości, np. już w latach sześćdziesiątych XX wieku pokazano²⁸, że współczynnik alfabetyzacji dorosłych przynajmniej rzędu 30-40% jest warunkiem koniecznym do osiągnięcia szybkiego wzrostu – te 30-40% można więc uważać za próg, umożliwiający osiągnięcie szybkiego wzrostu innych zmiennych. C. Azariadis i A. Drazen wysunęli przypuszczenie, że w procesie akumulacji kapitału ludzkiego mogą się pojawić tego typu efekty progowe. Kapitał ludzki był przez nich rozumiany standardowo, jako zasób wiedzy, zdolności oraz zdrowie, które łącznie zwiększają produktywność danego człowieka.

Kontynuacją poglądów głoszonych przez Lucasa była praca S. Rebelo²⁹ z 1991 roku. Stworzył on model z całkowitym kapitałem Z , który następnie został podzielony na kapitał fizyczny i ludzki. Kapitał ludzki jest (co warto podkreślić), przypisany do każdego pracownika. Na przykład dwaj pracownicy z tym samym poziomem kapitału ludzkiego H , pracując przez N godzin wytworzą $2NH$ efektywnych jednostek pracy, a nie $4NH$, co byłoby możliwe, gdyby kapitał ludzki nie był przypisany do konkretnego pracownika i gdyby możliwe było korzystanie z kapitału ludzkiego innych pracowników. W tym drugim przypadku, ze względu na rosnące korzyści skali, nie istniałaby równowaga konkurencyjna, co powodowałoby powstanie koalicji obejmującej całą gospodarkę. W odróżnieniu od Lucasa, zdaniem Rebelo do produkcji kapitału ludzkiego używa się zarówno kapitału fizycznego, jak i pracy. Autor nie zastanawiał się nad tym, jak mierzyć kapitał ludzki – był on dla niego nieco abstrakcyjnym zbiorem umiejętności, wpływającym na efektywność pracy.

²⁷ C. Azariadis, A. Drazen, *Threshold Externalities in Economic Development*, Quarterly Journal of Economics 1990, No. 105, s. 501-526.

²⁸ Bowman i Anderson w 1963 roku.

²⁹ S. Rebelo, *Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth*, Journal of Political Economy 1991, No. 99, s. 500-521.

Bardzo ważnym przyczynkiem do empirycznych badań nad wzrostem gospodarczym³⁰ było opracowanie N. G. Mankiwa, D. Romera i D. Weila z 1992 roku, którzy w modelu Solowa, będącym, jak wykazali, dobrym pierwszym przybliżeniem danych empirycznych, uwzględnili proces akumulacji kapitału ludzkiego. Zauważyli też, że dodanie tego procesu do modelu może zupełnie zmienić postrzeganie istoty procesu wzrostu. Kapitał ludzki w modelu Mankiwa, Romera i Weila, rozumiany jako argument funkcji produkcji, jest produkowany z zastosowaniem tej samej technologii, co kapitał fizyczny i dobra konsumpcyjne (podejście odwrotne do podejścia Lucasa), i ma tę samą stopę deprecjacji, co kapitał fizyczny. Do wyznaczenia wpływu kapitału ludzkiego na produkcję autorzy wykorzystali fakt, że dane statystyczne dla USA wskazywały, że 50-70% średniego wynagrodzenia pracy należy przypisać kapitałowi ludzkiemu. Rozumiany jest on jako zdolności zdobywane w procesie edukacji – z pominięciem inwestowania w zdrowie itp. Mimo tego uproszczenia, autorzy wskazali na wiele trudności związanych z pomiarem kapitału ludzkiego. Najważniejszą z nich jest trudność wynikająca z faktu, że duża część inwestycji w edukację przybiera formę niezarobionych pieniędzy, których ilość jest trudna do oszacowania³¹. Poza tym, wydatki na edukację przyjmują postać zarówno wydatków rządowych, jak i prywatnych i nieraz trudno ocenić, który wydatek przyczynił się do zwiększenia poziomu kapitału ludzkiego, a który nie. Jeszcze jedna trudność wynika z faktu, że nie wszystkie wydatki na edukację tworzą kapitał ludzki – autorzy uważali, że np. studiowanie filozofii, religii czy literatury jest raczej formą konsumpcji niż akumulacji kapitału ludzkiego. Jako empiryczny odpowiednik stopy akumulacji kapitału ludzkiego używany był odsetek ludności w wieku 12-17 lat uczęszczającej do szkół ponadpodstawowych. Miara ta nie jest oczywiście doskonała, gdyż np. nie uwzględnia szkolnictwa podstawowego i wyższego. Rezultaty modelowania pozwalają w istotny sposób polepszyć wyniki otrzymane na podstawie modelu Solowa.

³⁰ N. G. Mankiw, D. Romer, D. Weil, *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics 1992, No. 107, s. 407-437.

³¹ B. Kendrick w 1976 roku oszacował, że z całkowitych wydatków w USA na edukację w 1969 roku równych 193,2 mld USD, aż 92,3 mld USD przybrało formę rezygnacji z możliwego do uzyskania wynagrodzenia na rzecz dalszej nauki.

Kolejną pracą podejmującą problematykę kapitału ludzkiego była praca J. Laitnera³² z 1993 roku. Jak zaznaczył autor, kapitał ludzki jest w jego pracy niemalże synonimem edukacji. Założył on, że każdy kolejny rok nauki daje uczącemu się nieco mniejszy wzrost zdolności produkcyjnych (inaczej niż u Mincera). Kapitał ludzki nie jest dziedziczny, tzn. nie ma przekazywania wiedzy między pokoleniami w postaci kapitału ludzkiego. Laitner w wyniku analizy prowadzonej na podstawie swojego modelu stwierdził, że akumulacja kapitału ludzkiego jest bardzo istotnym czynnikiem długookresowego wzrostu gospodarczego.

Inną pracą z 1993 roku była praca Caballé i Santosa³³. Badali oni klasę modeli, w których jednostki mogą poświęcić część swojego czasu na uczęszczanie do szkoły w celu zwiększenia efektywności jednostek pracy dostarczanych w swoich firmach, co powoduje także wzrost ich płac. Kapitał ludzki jest więc rozumiany jako zdolności i wiedza służące do zwiększenia efektywności pracy. Stopę wzrostu gospodarki w takich modelach określa wzajemna interakcja technologii akumulacji kapitału ludzkiego i preferencje jednostek. Autorzy, wzorując się na klasycznych modelach Uzawy i Lucasa, wykazali, że kapitał ludzki jest kluczowym czynnikiem wzrostu gospodarczego.

Próbie połączenia pojęcia kapitału ludzkiego z modelami postępu technicznego w kontekście teorii wzrostu gospodarczego podjął C. Jones³⁴ w 1996 roku. Rozważał on model, w którym produkowane są trzy rodzaje dóbr: finalne (towary), kapitał ludzki (doświadczenie lub zdolności) i pośrednie (idee – reprezentujące zasób wiedzy, którym dysponuje dane przedsiębiorstwo produkcyjne). Ilość kapitału ludzkiego na osobę w danej firmie jest interpretowana jako wiązka dóbr pośrednich dostępnych w procesie produkcji dóbr finalnych. Kapitał ludzki jest więc rozumiany jako zdolność lub doświadczenie w wykorzystywaniu zaawansowanych technologicznie dóbr pośrednich. Jones zastanawiał się również nad sposobem pomiaru kapitału ludzkiego. W swojej pracy używał empirycznych wyników dotyczących średniej liczby lat nauki przypadającej na osobę dorosłą w wielu krajach od 1960 roku. Dane te zostały zebrane

³² J. Laitner, *Long-Run Growth and Human Capital*, Canadian Journal of Economics 1993, No. 26, s. 796-814.

³³ J. Caballe, M. Santos, *On Endogenous Growth with Physical and Human Capital*, Journal of Political Economy 1993, No. 101, s. 1042-1067.

³⁴ C. Jones, *Human Capital, Ideas, and Economic Growth*, wystąpienie na VIII Villa Mondragone International Economic Seminar on Finance, Research, Education, and Growth, Rome, 25-27.06.1996.

przez R. Barro i J. Lee³⁵ w 1993 roku. Standardowa interpretacja tego typu danych zakłada, że średnia liczba lat nauki w szkole jest miarą zasobu kapitału ludzkiego w populacji. Jones argumentował jednak, że kapitału ludzkiego nie powinno się uważać za zasób, lecz raczej za strumień, analogiczny do stopy inwestycji, nie do zasobu kapitału fizycznego³⁶.

W 2000 roku M. Bils i P. Klenow opublikowali pracę, w której rozważali, czy szkolnictwo przyczynia się do wzrostu gospodarczego³⁷. Kapitał ludzki jest w ich modelu w pewnym stopniu dziedziczny, tzn. jego początkowe zasoby rosną w kolejnych pokoleniach (wiedza przekazywana dzieciom w 2000 roku jest zdecydowanie bardziej zaawansowana niż np. w 1900 roku) i jest akumulowany wskutek uczęszczania do szkoły. Autorzy wykorzystali dane empiryczne dla 56 krajów i stwierdzili, że tylko około jedną trzecią międzynarodowych różnic poziomu dochodu narodowego można wyjaśnić różnicami w poziomie kapitału ludzkiego. Według nich, zależność przyczynowo-skutkowa między długością okresu nauki, a wzrostem gospodarczym może być odwrotna – to wzrost może powodować większą skłonność do nauki, tzn. jakieś inne czynniki mogą powodować wzrost gospodarczy, który przekłada się na wzrost płac, co z kolei zachęca do nauki. Zależność przyczynowo-skutkowa szkolnictwo–wzrost zostaje więc odwrócona.

Bardzo ważnym uczestnikiem dyskusji na temat wzrostu gospodarczego jest R. Barro. Jedną z jego prac poruszających problematykę kapitału ludzkiego jest praca z 2001 roku³⁸. Barro akcentował w niej rolę szkolnictwa jako czynnika wzrostu gospodarczego i rozróżnił w analizie aspekt ilościowy edukacji (liczbę lat w szkole) od jej jakości, mierzonej wynikami egzaminów porównywanych w skali międzynarodowej. Kapitał ludzki wpływa na wzrost gospodarczy co najmniej w dwojaki sposób. Po pierwsze, jego wyższy poziom ułatwia wprowadzanie nowych technologii z krajów najbardziej zaawansowanych technologicznie, jak u Nelsona i Phelps'a (dotyczy to szczególnie kapitału ludzkiego związanego ze szkolnictwem wyższym). Po drugie, zasób kapitału ludzkiego trudniej

³⁵ R. Barro, J. Lee, *International Comparisons of Educational Attainment*, Journal of Monetary Economics 1993, No. 32, s. 363-394.

³⁶ Model Jonesa bardziej szczegółowo przedstawiono w punkcie 3.

³⁷ M. Bils, P. Klenow, *Does Schooling Cause Growth?*, American Economic Review 2000, No. 90, s. 1160-1183.

³⁸ R. Barro, *Human Capital and Growth*, American Economic Review 2001, No. 91, s. 12-17.

dostosować niż zasób kapitału fizycznego i kraje z wysokim stosunkiem kapitału ludzkiego do fizycznego mają tendencję do szybkiego wzrostu poprzez zwiększanie kapitału fizycznego. Barro przytoczył wyniki badań empirycznych dla około 100 krajów w latach 1965-1995. Wpływ przeciętnej liczby lat w szkole ponadpodstawowej wśród męskiej części populacji na wzrost gospodarczy okazał się statystycznie istotny i każdy dodatkowy rok nauki przynosił stopę wzrostu gospodarczego wyższą średnio o 0,44% rocznie. Dla żeńskiej części populacji wpływ ten był statystycznie nieistotny, co wytłumaczyć można tym, że w wielu krajach kobiety są nadal dyskryminowane i dobrze wykształcona kobieta nie wykonuje pracy odpowiedniej z punktu widzenia jej kwalifikacji. Statystycznie nieistotny był też wpływ szkolnictwa podstawowego, ale tylko jeżeli utrzymamy na stałym poziomie płodność w poszczególnych krajach. Jeżeli dopuścimy zmiany płodności, to okaże się, że wpływ szkolnictwa podstawowego kobiet był statystycznie istotny, tzn. wpływa ono pośrednio na wzrost poprzez zniechęcanie do posiadania dużej liczby dzieci. Barro podkreślił, że bardzo istotna, oprócz liczby lat w szkole, jest jakość edukacji, miarą której są w jego pracy wyniki międzynarodowych testów z matematyki, nauk przyrodniczych i umiejętności czytania dla 43 krajów. Okazuje się, że dla wzrostu gospodarczego statystycznie istotne były wyniki testów z nauk przyrodniczych, nieco mniej z matematyki, a nieistotne były wyniki z umiejętności czytania. Wyniki te wspierają tezę, że zarówno aspekt ilościowy, jak i jakościowy szkolnictwa jest ważny z punktu widzenia wzrostu gospodarczego.

Wpływ szkolnictwa na wzrost gospodarczy analizował też w swej pracy z 2001 roku J. Temple³⁹. Kapitał ludzki jest w niej rozumiany, dla celów analizy, wyłącznie jako wiedza i umiejętności zdobywane w szkole. Pomijany jest przede wszystkim wpływ jakiegokolwiek treningu w miejscu pracy, ponieważ trudno go modelować, ze względu na różnice w jego formie w różnych krajach⁴⁰. Temple rozważał różne modele teoretyczne i stwierdził, że poszukując determinant wzrostu gospodarczego, edukacja powinna być badana w pierwszym rzędzie. Analizując badania empiryczne, autor zwrócił uwagę na pięć różnych obszarów: badanie

³⁹ J. Temple, *Growth Effects of Education and Social Capital in the OECD Countries*, OECD Economic Studies 2001, No. 33, s. 57-101.

⁴⁰ Mincer, co ciekawe, uważał dokładnie odwrotnie – sądził, że modelowanie doświadczenia zawodowego jest znacznie prostsze niż modelowanie akumulacji kapitału ludzkiego w szkole. Założenie Temple'a nie jest więc oczywiste.

wpływu edukacji na zarobki, ekonometryczne badania czynników istotnych dla wzrostu gospodarczego, modele regresji międzynarodowych szkolnictwo–wzrost, efekty zewnętrzne związane z kapitałem ludzkim i szersze korzyści wywoływane działaniami edukacyjnymi. Temple zwrócił uwagę, że każda z tych metod ma swe wady i zalety, ale razem pozwalają lepiej zrozumieć wpływ szkolnictwa na wzrost gospodarczy. W szczególności, autor zastanawiał się nad implikacjami teorii i modeli szkolnictwa dla polityki gospodarczej. Zdając sobie sprawę z dużej polaryzacji poglądów dotyczących wpływu kapitału ludzkiego i edukacji na wzrost gospodarczy, od przypisywania im roli najważniejszego czynnika wzrostu, po całkowite negowanie ich wpływu na wzrost, Temple skłonił się ku tej pierwszej skrajności, tzn. uznał, że są one jednymi z najważniejszych czynników wzrostu gospodarczego i że bardzo duże wydatki na edukację w wielu krajach są jak najbardziej uzasadnione, a być może, powinny być nawet jeszcze zwiększone.

Jak istotny jest kapitał ludzki dla rozwoju gospodarczego rozważał też L. Hendricks w swej pracy⁴¹ z 2002 roku. Wykorzystał on ideę, że obserwowanie pracowników–imigrantów na tym samym rynku pracy umożliwia oszacowanie zasobów kapitału ludzkiego – pracownicy szkoleni w różnych krajach dysponują różnymi zasobami kapitału ludzkiego. Standardowo zakłada się, że wszyscy pracownicy w tym samym wieku i o tym samym poziomie wykształcenia, mają ten sam zasób kapitału ludzkiego, bez względu na kraj pochodzenia. Podejście to nie uwzględnia jednak tzw. zdolności niemierzalnych, które wydają się być istotne. Hendricks założył, że jeżeli dwaj pracownicy–imigranci (w Stanach Zjednoczonych) mają identyczny poziom mierzalnych zdolności (tj. wiek i wykształcenie), a różnią się płacą, to różnica ich płac wynika z niemierzalnych (w standardowy sposób) różnic w kapitale ludzkim. Wyniki badań Hendricksa dla 67 krajów sugerują, że kapitał ludzki wraz z fizycznym wyjaśniają tylko pewną niewielką część międzynarodowych różnic w dochodzie narodowym. Dla 37 krajów z PKB *per capita* niższym niż 40% poziomu amerykańskiego, mniej niż połowa różnicy w stosunku do Stanów Zjednoczonych wynika z różnic w kapitale ludzkim i fizycznym. Hendricks skłonił się więc ku podejściu E. Prescottta⁴², że duże różnice

⁴¹ L. Hendricks, *How Important Is Human Capital for Development? Evidence from Immigrant Earnings*, *American Economic Review* 2002, No. 92, s. 198-219.

⁴² E. Prescott, *Needed: A Theory of Total Factor Productivity*, *International Economic Review* 1998, No. 39, s. 525-551.

w poziomach dochodu narodowego wynikają raczej z różnic w całkowitej produktywności czynników (TFP, której pełnej teorii nie ma), niż z różnic w kapitale ludzkim i fizycznym⁴³.

W innej pracy z 2002 roku, J. Benhabib i M. Spiegel⁴⁴ uogólnili model dyfuzji technologii Nelsona i Phelps'a z 1966 roku. Proces dyfuzji technologii w oryginalnej pracy Nelsona i Phelps'a nazywany jest w literaturze ograniczoną dyfuzją wykładniczą, która prowadzi do zmniejszania dystansu między krajem–liderem technologicznym, a krajami zacofanymi. Ponieważ nie zawsze taka luka technologiczna musi się zmniejszać wraz z upływem czasu, wprowadzono też tzw. logistyczny model dyfuzji. *A priori* nie ma powodów, by faworyzować którykolwiek z modeli, ponieważ różnią się one niewiele. Okazuje się jednak, że prowadzą one do zupełnie innych implikacji dotyczących ścieżki wzrostu dochodu narodowego. Model logistyczny przewiduje, że jeżeli kapitał ludzki kraju goniącego lidera jest bardzo niski, to dystans pomiędzy tymi krajami może się nawet zwiększać. Badając empirycznie oba modele dyfuzji, autorzy doszli do wniosku, że model logistyczny jest bardziej realistyczny, i że kapitał ludzki jest bardzo istotnym czynnikiem wzrostu gospodarczego i w dużym stopniu jest odpowiedzialny za zmniejszanie dystansu do kraju–lidera. Zbyt mały jego poziom może rzeczywiście prowadzić do zwiększania się tego dystansu. Istnieje więc pewien minimalny poziom kapitału ludzkiego, konieczny do zapoczątkowania procesu doganiania krajów bardziej rozwiniętych gospodarczo.

Rolę całkowitej produktywności czynników (TFP) podważyli w swojej pracy z 2005 roku R. Manuelli i A. Seshadri⁴⁵. Uważali oni, że kapitał ludzki jest w stanie wyjaśnić praktycznie wszystkie różnice między dochodami narodowymi różnych krajów, jeżeli oprócz różnic w zasobie kapitału ludzkiego (mierzonym liczbą lat w szkole) uwzględnimy, że także jakość kapitału ludzkiego nie jest w każdym kraju taka sama. Autorzy modelowali proces akumulacji kapitału ludzkiego podobnie jak Ben-Porath, tzn. jako część zadania maksymalizacji użyteczności konsumpcji reprezentatywnego gospodarstwa domowego⁴⁶. Do określenia

⁴³ Model Hendricksa szczegółowo przeanalizowano w punkcie 3.

⁴⁴ J. Benhabib, M. Spiegel, *Human Capital...*, op. cit.

⁴⁵ R. Manuelli, A. Seshadri, *Human Capital and the Wealth of Nations*, szkic pracy, 2005, dostępny pod adresem: <http://www.nber.org/~confer/2005/efgw05/manuelli.pdf>.

⁴⁶ Autorzy modelu pokazują, że zadanie to jest równoważne odpowiednio sformułowanemu zadaniu maksymalizacji dochodu reprezentatywnej jednostki, które jest wy-

parametrów funkcji produkcji kapitału ludzkiego użyto danych empirycznych dotyczących szkolnictwa i zależności między wiekiem a zarobkami w różnych krajach. Jednostki wybierają dla siebie taką ilość kapitału ludzkiego, jaka jest konieczna do zmaksymalizowania użyteczności w ciągu całego życia, na którą oprócz użyteczności własnej konsumpcji składa się także użyteczność konsumpcji dzieci, przy uwzględnieniu ograniczenia budżetowego i danej technologii produkcji kapitału ludzkiego. Model skalibrowany został tak, że opisuje dokładnie gospodarkę Stanów Zjednoczonych około 2000 roku. Po uwzględnieniu zmiennej ceny kapitału fizycznego w poszczególnych krajach okazuje się, że do wyjaśnienia różnic w PKB *per capita* wystarczą tylko różnice w ilości i jakości kapitału ludzkiego, bez potrzeby różnicowania TFP w poszczególnych krajach. Wzięcie pod uwagę zróżnicowanej jakości kapitału ludzkiego, co jest czymś zupełnie nowym w literaturze dotyczącej wzrostu gospodarczego (nieco podobnie argumentował Barro, ale nie zbudował szczegółowego modelu oraz Hendricks, który nie docenił roli jakości), jest więc kluczowym założeniem dla wytłumaczenia zróżnicowania bogactwa narodów⁴⁷.

3. Modele

W punkcie tym rozważono najpierw proste modele kapitału ludzkiego Mincera oraz Beckera, a następnie jeden z pierwszych złożonych pod względem matematycznym – model Ben-Poratha. Szczegółowo zanalizowano klasyczny model Lucasa i przykładowy model wzrostu gospodarczego z kapitałem ludzkim i postępem technicznym – model Jonesa. Przeprowadzono także analizę modelu Hendricksa, który wnioskował o zasobach kapitału ludzkiego na podstawie analizy zarobków imigrantów do Stanów Zjednoczonych. Na koniec opisano nowy model Manueliego i Seshadriego, w którym zanalizowane zostały dwa aspekty kapitału ludzkiego: jego ilość i jakość.

korzystane w innej wersji modelu, bez odwoływania się do zadania maksymalizacji użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego. Ta wersja pracy jest dostępna pod adresem: http://www.econ.wisc.edu/~aseshadr/working_pdf/humancapital.pdf.

⁴⁷ Model ten szczegółowo opisano w punkcie 3.

[M] Mincer (1958)

Syntetyczna informacja

Model opisujący wpływ inwestycji w kapitał ludzki na rozkład dochodów.

Parametry

r – stopa dyskontowania zarobków.

Zmienne

l – długość nauki i życia zawodowego,

n – długość nauki,

d – różnica w czasie nauki dla rozważanych jednostek,

a_n – zarobki osoby po n latach nauki,

V_n – wartość bieżąca zarobków w momencie podejmowania decyzji o n latach nauki,

$k_{n,n-d}$ – stosunek rocznych zarobków osób z n oraz $n-d$ latami nauki,

$k \equiv k_{d,0}$.

Układ założeń i równania modelu

Wersja 1

1. Poszczególne jednostki mają takie same zdolności i możliwości rozpoczęcia pracy w dowolnym zawodzie. Zawody różnią się pod względem czasu nauki i płacy.
2. Każdy dodatkowy rok nauki opóźnia moment rozpoczęcia pracy zarobkowej i skraca o rok długość życia zawodowego.
3. Wartość bieżąca zarobków w momencie podejmowania decyzji o n latach nauki wynosi:

$$V_n = a_n \int_n^l e^{-rt} dt = \frac{a_n}{r} (e^{-rn} - e^{-rl}). \quad (M1)$$

4. V_n nie zależy od n , tzn. długość czasu nauki nie ma wpływu na wartość bieżącą zarobków z całego okresu życia zawodowego.
5. Rozkład czasu nauki poszczególnych jednostek (wartości n) jest normalny.
6. a_n , r są stałe w czasie.
7. Brak wydatków na usługi edukacyjne.

Wersja 2 – rozszerzenie modelu

8. Uwzględnia się także doświadczenie zawodowe – a_n jest wtedy funkcją czasu – rosnącą do pewnego wieku i malejącą po jego osiągnięciu.

[M] Mincer (1958) – c.d.

Analiza modelu

1. Z założeń 3 i 6 wynika, że: $k_{n,n-d} = \frac{e^{r(l+d-n)} - 1}{e^{r(l-n)} - 1}$. (M2)

$k_{n,n-d} > 1$, a więc dłuższa nauka oznacza wyższą płacę,
 $k_{n,n-d}$ jest rosnącą funkcją stopy dyskontowej r i malejącą funkcją długości nauki i okresu aktywności zawodowej l ,
 $k_{n,n-d}$ można przyjąć dla każdego n za równe pewnej stałej k .

2. Z definicji k i równania (M2) wynika, że: $k = \frac{e^{rl} - 1}{e^{r(l-d)} - 1}$. (M3)

3. To, że $k_{n,n-d}$ można przyjąć dla każdego n równe pewnej stałej k , implikuje normalny rozkład względnych różnic zarobków, czyli logarytmiczno-normalny (dodatnio skośny) rozkład dochodów.
4. Uwzględnienie ścisłej zależności $k_{n,n-d}$ od n daje nieco bardziej skośny rozkład dochodów.
5. Uwzględnienie doświadczenia zawodowego nie zmienia jakościowych wniosków wynikających z modelu, również daje nieco bardziej skośny rozkład dochodów.

[B] Becker (1962)

Syntetyczna informacja

Model inwestycji w kapitał ludzki poprzez szkolenia w pracy.

Parametry

- i – rynkowa stopa dyskontowa,
 n – liczba okresów analizy,
 k – wydatki na trening.

Zmienne

- t – indeks dolny numerujący okresy,
 MP_t – produkt marginalny,
 W_t – płaca,
 E_t – wydatki przedsiębiorstwa,
 R_t – wpływy przedsiębiorstwa,
 MP_t' – produkt marginalny, jeśli w okresie t nie ma treningu,
 C – koszt treningu,
 G – suma zdyskontowanych różnic produktów marginalnych i płac,
 a – część zwrotu z treningu zatrzymywana przez pracodawcę,

[B] Becker (1962) – c.d.

- Y_t – wpływy pracownika przy podjęciu wariantu Y życia zawodowego (rozważane są dwa warianty życia zawodowego, oznaczone jako X oraz Y),
 $V(Y)$ – wartość bieżąca zarobków przy podjęciu wariantu Y życia zawodowego,
 d – różnica $V(Y)$ i $V(X)$,
 k_t – zysk w okresie t pracownika podejmującego wariant Y życia zawodowego w stosunku do wariantu X.

Układ założeń i równania modelu

1. Każdy pracownik jest zatrudniony w rozważanym przedsiębiorstwie na pewien określony czas.
2. Rynki pracy i produktów są doskonale konkurencyjne.
3. Bez treningu (szkoleń w pracy) w każdym okresie t zachodzi:

$$MP_t = W_t, \quad (B1)$$

tzn. produkt marginalny jednostki pracy równy jest płacy.

4. Uwzględniając trening, zrównują się całkowite wydatki i wpływy związane z zatrudnieniem danego pracownika:

$$\sum_{t=0}^{n-1} \frac{R_t}{(1+i)^{t+1}} = \sum_{t=0}^{n-1} \frac{E_t}{(1+i)^{t+1}}. \quad (B2)$$

5. Zakładając trening tylko w okresie 0: $MP_0' + G = W_0 + C$. (B3)
6. Dla treningu ogólnego (przydatnego w dowolnym miejscu pracy) musi zachodzić: $G = 0$, co prowadzi do równania na płacę w okresie 0 postaci:
 $W_0 = MP_0' - C$. (B4)

7. Dla treningu całkowicie specjalistycznego (przydatnego tylko w danym miejscu pracy) musi zachodzić $G = C$, co daje:

$$W_0 = MP_0'. \quad (B5)$$

8. Ogólnie, dla dowolnej formy treningu: $W = MP' - (1-a)C$. (B6)

9. Z punktu widzenia pracownika: $d = \sum_{t=1}^n \frac{k_t}{(1+i)^t} - (X_0 - Y_0)$. (B7)

Analiza modelu

1. Trening ogólny zwiększa w równym stopniu MP_t i W_t , tzn. pracodawcy nie opłaca się za niego płacić – jego koszty ponieść muszą więc wyłącznie pracownicy, gdyż zwiększa on poziom ich ogólnego kapitału ludzkiego.
2. Trening całkowicie specjalistyczny zwiększa MP_t tylko w danej firmie – jest użyteczny dla pracownika zatrudnionego tylko w tej firmie, a więc zwiększa poziom wyłącznie specjalistycznego kapitału ludzkiego. Koszty takiego treningu ponieść musi więc wyłącznie pracodawca.

[B] Becker (1962) – c.d.

3. Ogólnie, jeśli część zwrotu z treningu otrzymywana przez pracodawcę wynosi a , to część kosztów treningu (tym większą, im mniejsze a) ponosi pracownik, a część pracodawca.
4. Pracownik podejmuje pracę i trening jeśli $d > 0$, tzn. jeżeli inwestycja w kapitał ludzki jest opłacalna (przynosi przewagę zdyskontowanych zysków z treningu nad jego kosztami).
5. Szkoły (edukacja formalna) można potraktować jako szczególny przypadek przedsiębiorstwa i również rozważać w ramach tego modelu. Nie zmienia to wniosków jakościowych.

[BP] Ben-Porath (1967)

Syntetyczna informacja

Model ewolucji kapitału ludzkiego reprezentatywnych jednostek maksymalizujących wartość bieżącą sumy swoich zarobków.

Parametry

- δ – stopa deprecjacji kapitału ludzkiego,
- r – rynkowa stopa procentowa,
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ – parametry funkcji produkcji kapitału ludzkiego,
- P_d – cena towarów wykorzystywanych w produkcji kapitału ludzkiego,
- α_0 – miara efektywności kapitału ludzkiego,
- T – wiek przejścia na emeryturę.

Zmienne

- t – indeks dolny numeruje okresy,
- K_t – zasób kapitału ludzkiego danej jednostki,
- Y_t – maksymalna ilość pieniędzy, jaką może zarobić jednostka,
- E_t – zarobki do dyspozycji,
- W_t – PV zarobków do dyspozycji od chwili t do emerytury,
- I_t – inwestycja w kapitał ludzki,
- Q_t – zakumulowana w danym okresie ilość kapitału ludzkiego,
- D_t – towary wykorzystane w procesie akumulacji kapitału ludzkiego,
- s_t – część kapitału ludzkiego wykorzystywana do produkcji nowego,
- t^* – wiek, w którym jednostka zaczyna zarabiać.

Układ założeń i równania modelu

1. Jednostka może poświęcać swój czas albo na pracę, albo na inwestowanie w kapitał ludzki. Nie ma czasu wolnego.

[BP] Ben-Porath (1967) – c.d.

2. Kapitał ludzki jest jednorodny i podlega deprecjacji ze stałą stopą δ . Każda jednostka ma pewien początkowy zasób kapitału ludzkiego.
3. Zasoby kapitału ludzkiego nie są argumentem w funkcji użyteczności poszczególnych ludzi.
4. Y_t zależy od poziomu K_t : $Y_t = \alpha_0 K_t$. (BP1)
4. Funkcja produkcji kapitału ludzkiego: $Q_t = \beta_0 (s_t K_t)^{\beta_1} D_t^{\beta_2}$, (BP2)
gdzie $\beta_1, \beta_2 > 0$ oraz $\beta_1 + \beta_2 < 1$.
5. Dynamika kapitału ludzkiego: $\dot{K}_t = Q_t - \delta K_t$. (BP3)
6. Koszt inwestycji w kapitał ludzki: $I_t = \alpha_0 s_t K_t + P_d D_t$. (BP4)
7. Minimalna wielkość I_t potrzebna do osiągnięcia danej wielkości Q_t spełnia:

$$I_t = \frac{\beta_1 + \beta_2}{\beta_1} \alpha_0 \left(\frac{\beta_1 P_d}{\beta_2 \alpha_0} \right)^{\frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}} \left(\frac{Q_t}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{\beta_1 + \beta_2}}. \quad (\text{BP5})$$

8. Celem jednostki jest maksymalizacja wartości bieżącej zarobków do dyspozycji:

$$W_t = \int_t^T e^{-rv} (\alpha_0 K(v) - I(v)) dv. \quad (\text{BP6})$$

Do pewnego wieku decyzje dotyczące sposobu maksymalizowania wielkości W_t podejmują rodzice jednostki, później ona sama.

Zadanie maksymalizacyjne (BP6) można rozwiązać technikami sterowania optymalnego.

Analiza modelu

1. W cyklu życia jednostki można wyodrębnić 3 fazy: (i) cały czas alokowany w produkcję kapitału ludzkiego, brak zarobków, (ii) faza współistnienia produkcji kapitału ludzkiego i zarabiania, (iii) faza, w której nie ma produkcji kapitału ludzkiego.
2. Wiek przełączenia między fazami (i) i (ii) zależy od początkowych zasobów kapitału ludzkiego (im są one większe, tym t^* mniejsze).
3. Optymalna wielkość produkowanego kapitału ludzkiego spełnia:

$$Q_t = \beta_0 \left(\frac{\beta_0 \beta_1}{r + \delta} \right)^{\frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_1 - \beta_2}} \left(\frac{\alpha_0 \beta_{21}}{\beta_1 P_d} \right)^{\frac{\beta_2}{1 - \beta_1 - \beta_2}} \left(1 - e^{-(r + \delta)(T - t)} \right)^{\frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_1 - \beta_2}}. \quad (\text{BP7})$$

[BP] Ben-Porath (1967) – c.d.

Równanie to jest słuszne w fazie (ii) i wyznacza początek fazy (iii). $Q_t > 0$ jeśli $t < T$, tzn. kapitał ludzki jest produkowany aż do chwili przejścia na emeryturę. Faza (iii) zaczyna się więc w punkcie $t = T$.

4. Szybkość przyrostu kapitału ludzkiego maleje z czasem ($\dot{Q}_t \leq 0$). W pewnej chwili deprecjacja kapitału ludzkiego może przewyższyć produkcję nowego.
5. Zarobki poszczególnych jednostek rosną do pewnego momentu, a później zaczynają spadać, jako konsekwencja deprecjacji kapitału ludzkiego.

[L] Lucas (1988) – model 1

Syntetyczna informacja

Model kapitału ludzkiego zdobywanego poprzez naukę w szkole.

Parametry

- β, γ – parametry funkcji produkcji,
- ζ – parametr funkcji produkcji kapitału ludzkiego,
- λ – stopa wzrostu populacji,
- δ – maksymalna stopa wzrostu kapitału ludzkiego,
- ρ – stopa dyskontowa,
- σ – względna niechęć do ryzyka.

Zmienne

- $N(t)$ – liczba pracowników w gospodarce w chwili t ,
- $h(t)$ – poziom kapitału ludzkiego w chwili t ,
- $N(h)$ – liczba pracowników o kapitale ludzkim na poziomie h ,
- $u(h)$ – część czasu poświęcana na produkcję bieżącą przez pracownika o kapitale ludzkim h ,
- N^e – efektywna wielkość siły roboczej w produkcji,
- $K(t)$ – wielkość kapitału fizycznego w chwili t ,
- h_a – średni poziom kapitału ludzkiego na osobę,
- $c(t)$ – konsumpcja na osobę w chwili t ,
- A – poziom technologii.

Wielkości wynikowe

- v – stopa równomiernego wzrostu kapitału ludzkiego,
- v^* – efektywna stopa wzrostu kapitału ludzkiego,
- κ – stopa wzrostu konsumpcji na osobę.

[L] Lucas (1988) – model 1 – c.d.

Układ założeń i równania modelu

1. W gospodarce jest N pracowników, każdy z nich dysponuje poziomem kapitału ludzkiego od 0 do ∞ . Całkowita liczba pracowników równa jest sumie liczby pracowników z dowolnym poziomem kapitału ludzkiego:

$$N = \int_0^{\infty} N(h)dh . \quad (L1)$$

2. Pracownik z poziomem kapitału ludzkiego równym h przeznaczą $u(h)$ swojego czasu na produkcję bieżącą, a $1-u(h)$ na akumulację kapitału ludzkiego.
3. Efektywna siła robocza w produkcji zależy od rozkładu wyposażenia pracowników w kapitał ludzki i od sposobu alokacji ich czasu:

$$N^e = \int_0^{\infty} u(h)N(h)h dh . \quad (L2)$$

4. Zakłada się, że kapitał ludzki danego pracownika wpływa na produktywność tego samego pracownika (efekt wewnętrzny), ale także na średni poziom kapitału ludzkiego w gospodarce (efekt zewnętrzny):

$$h_a = \frac{\int_0^{\infty} hN(h)dh}{\int_0^{\infty} N(h)dh} . \quad (L3)$$

Średni poziom kapitału ludzkiego h_a wpływa na produktywność wszystkich czynników produkcji, ale żadna indywidualna decyzja nie może mieć wpływu na wartość h_a , więc nie jest on brany pod uwagę przy decyzjach o alokacji czasu jednostki.

5. Aby uprościć analizę, zakłada się, że wszyscy pracownicy są identyczni – dysponują kapitałem ludzkim h i alokują część u swojego czasu w produkcję bieżącą. Efektywna siła robocza wykorzystywana w produkcji wyraża się wtedy wzorem: $N^e = uhN$.

(L4)

Średni kapitał ludzki na pracownika wynosi: $h_a = h$.

(L5)

6. Produkt narodowy modelowanej gospodarki dzieli się na konsumpcję i inwestycje (lewa strona poniższego równania), a produkowany jest przy wykorzystaniu określonej technologii produkcji (prawa strona):

$$N(t)c(t) + \dot{K}(t) = AK(t)^\beta (u(t)h(t)N(t))^{1-\beta} h_a(t)^\gamma . \quad (L6)$$

[L] Lucas (1988) – model 1 – c.d.

Czynnik $h_a(t)^\gamma$ reprezentuje efekt zewnętrzny kapitału ludzkiego, a A stan technologii, który się nie zmienia.

7. Równanie dynamiki kapitału ludzkiego: $\dot{h}(t) = h(t)^\zeta G(1-u(t))$, (L7)

gdzie $G(1-u(t))$ jest rosnącą funkcją czasu przeznaczanego na akumulację kapitału ludzkiego i $G(0) = 0$.

Aby kapitał ludzki mógł być alternatywnym wobec postępu technicznego motorem wzrostu, parametr ζ nie może być mniejszy od 1. Zakłada się, że $\zeta = 1$ i liniową postać funkcji G , co prowadzi do równania:

$$\dot{h}(t) = h(t)\delta(1-u(t)). \quad (L8)$$

Daje to stałe przychody z kapitału ludzkiego, tzn. dany względny przyrost $h(t)$ wymaga takiego samego wysiłku, bez względu na aktualny poziom $h(t)$.

8. Preferencje opisuje funkcja użyteczności:

$$u = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{1}{1-\sigma} (c(t)^{1-\sigma} - 1) N(t) dt \quad (L9)$$

Otrzymany w ten sposób model jest modelem typu Solowa z akumulacją kapitału ludzkiego.

Analiza modelu

1. Przez optymalną ścieżkę wzrostu w modelu Lucasa rozumie się taki zbiór funkcji $K(t)$, $h(t)$, $h_a(t)$, $c(t)$ i $u(t)$, że użyteczność (L9) jest maksymalna przy ograniczeniach (L5), (L6) oraz (L7).

Rozwiązanie optymalne można znaleźć metodą sterowania optymalnego.

2. Pojęcie ścieżki równomiernego wzrostu w modelu Lucasa związane jest z zadaniem maksymalizacji użyteczności (L9) przy ograniczeniach (L6) i (L7), rozwiązywanym przez jednostki oczekujące, że średni poziom kapitału ludzkiego na osobę będzie wynosił $h_a(t)$. Jeśli rzeczywista wartość $h(t)$ będzie równa oczekiwanej $h_a(t)$, to mówimy, że gospodarka znajduje się na ścieżce równomiernego wzrostu.

Można ją także znaleźć metodą sterowania optymalnego.

3. Można pokazać, że efektywna stopa wzrostu kapitału ludzkiego (ścieżka optymalna) spełnia równanie:

$$v^* = \frac{1}{\sigma} \left(\delta - \frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma} (\rho - \lambda) \right). \quad (L10)$$

Z kolei, stopa równomiernego wzrostu kapitału ludzkiego (ścieżka równowagi) spełnia równanie:

[L] Lucas (1988) – model 1 – c.d.

$$v = \frac{1}{\sigma(1-\beta+\gamma)-\gamma} (1-\beta)(\delta - (\rho - \lambda)), \quad (L11)$$

$$\text{jeśli zachodzi: } \sigma \geq 1 - \frac{1-\beta}{1-\beta+\gamma} \frac{\rho - \lambda}{\delta}. \quad (L12)$$

(ponieważ v i v^* nie mogą przekroczyć maksymalnej stopy wzrostu kapitału ludzkiego δ), a więc modelu nie można zastosować w przypadku zbyt małej awersji do ryzyka.

Jeśli warunek (L12) jest spełniony z równością, wtedy:

$$v = v^* = \delta. \quad (L13)$$

Jeśli warunek (L12) nie jest spełniony z równością, to $v < v^*$.

W obu przypadkach stopa wzrostu kapitału ludzkiego rośnie wtedy, gdy rośnie efektywność inwestycji w kapitał ludzki i maleje, gdy rośnie stopa dyskontowa ρ .

4. Stopa wzrostu konsumpcji p.c. κ wynosi: $\kappa = \left(\frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta} \right) v$. (L14)

5. Stopa wzrostu kapitału wynosi $\kappa + \lambda$, a więc stopa wzrostu kapitału p.c. jest równa stopie wzrostu konsumpcji κ .

Jeśli nie ma efektu zewnętrznego ($\gamma=0$), to stopa wzrostu kapitału fizycznego równa jest stopie wzrostu kapitału ludzkiego ($\kappa=v$).

Jeśli występuje efekt zewnętrzny ($\gamma>0$), to kapitał fizyczny p.c. rośnie szybciej niż kapitał ludzki p.c. ($\kappa>v$)

[L] Lucas (1988) – model 2

Syntetyczna informacja

Model kapitału ludzkiego akumulowanego wskutek zdobywania doświadczenia w pracy (*learning-by-doing*).

Parametry

- δ_i – parametr funkcji produkcji kapitału ludzkiego związanego z produkcją dobra i -tego,
- σ – elastyczność substytucji dobra pierwszego przez dobro drugie,
- α_1, α_2, ρ – parametry funkcji użyteczności,
- N – liczba pracowników w gospodarce.

Zmienne

- c_i – ilość produkcji dobra i -tego,
- h_i – zasób kapitału ludzkiego wyspecjalizowanego w produkcji dobra i ,

[L] Lucas (1988) – model 2 – c.d.

- u_i – część siły roboczej produkująca dobro i -te,
 q – stosunek ceny dobra drugiego do ceny dobra pierwszego.

Układ założeń i równania modelu

1. Występują dwa dobra konsumpcyjne, produkowane w ilościach c_1 i c_2 . Nie ma kapitału fizycznego. Wielkość populacji jest stała.
3. i -te dobro produkowane jest zgodnie z technologią Ricardiańską:

$$c_i(t) = h_i(t)u_i(t)N, \quad i=1,2. \quad (L15)$$

4. Aby zinterpretować $h_i(t)$ jako wynik doświadczenia nabywanego w produkcji, zakładamy, że i -ty wyspecjalizowany kapitał ludzki rośnie szybciej, gdy rośnie udział siły roboczej w produkcji tego dobra, co opisane jest równaniem: $\dot{h}_i(t) = h_i(t)\delta_i u_i(t)$.

$$(L16)$$

Dobro pierwsze jest dobrem zaawansowanym technologicznie, tj. $\delta_1 > \delta_2$.
 Produkcja i akumulacja kapitału ludzkiego związanego z każdym dobrem zależy tylko od średniego poziomu kapitału ludzkiego w tej gałęzi przemysłu.

5. Przyjmuje się funkcję użyteczności konsumpcji CES:

$$u(c_1, c_2) = (\alpha_1 c_1^{-\rho} + \alpha_2 c_2^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}}, \quad (L17)$$

gdzie $\alpha_1, \alpha_2 \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \rho > -1$,

$\sigma = \frac{1}{1+\rho}$ jest elastycznością substytucji dobra pierwszego przez drugie.

6. Aby produkowane były oba dobra, stosunek ich cen w równowadze $q(t)$

$$\text{musi być równy: } q(t) = \frac{h_1(t)}{h_2(t)}. \quad (L18)$$

Równanie dynamiki relacji cen:

$$\frac{\dot{q}(t)}{q(t)} = (\delta_1 + \delta_2) \left(1 + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^\sigma q^{1-\sigma} \right)^{-1} - \delta_2 \quad (L19)$$

z warunkami początkowymi $h_1(0)$ i $h_2(0)$, oraz równanie:

$$\frac{u_2}{u_1} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^\sigma \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{\sigma-1}, \quad (L20)$$

determinują alokację siły roboczej, a także przebieg ścieżek wzrostu $h_1(t)$ i $h_2(t)$.

[L] Lucas (1988) – model 2 – c.d.

2. Analiza modelu

1. Równanie (L19) prowadzi do trzech przypadków. Jeśli $\sigma > 1$ (dobra pierwsze i drugie są „dobrymi” substytutami), to gospodarka dąży do specjalizacji w produkcji jednego z dóbr (z wyjątkiem warunku początkowego $q(0)=q^*$, takiego że $\dot{q} = 0$), w zależności od alokacji początkowej. Jeśli potrafimy efektywnie produkować dobro pierwsze, to produkujemy duże ilości tego dobra, co powoduje, że stajemy się coraz bardziej efektywni i produkujemy coraz mniej dobra drugiego (którego dobrym substytutem jest dobro pierwsze). Jeśli $\sigma < 1$, to gospodarka dąży do punktu stacjonarnego q^* , takiego że $\delta_1 u_1 = \delta_2 u_2$ i produkowana jest pewna kombinacja obu dóbr. W przypadku granicznym $\sigma = 1$, siła robocza jest na początku rozłożona tak, że $u_i = \alpha_i$ i alokacja ta jest niezmienna w czasie.
2. Przedstawione wyżej ścieżki równomiernego wzrostu nie są ścieżkami wzrostu efektywnego. Jednostki nie uwzględniają efektów zewnętrznych, a przez to alokują zbyt małą część siły roboczej w produkcję dobra zaawansowanego technologicznie, nie wykorzystując w pełni jego potencjału wzrostowego.

[J] Jones (1996)

Syntetyczna informacja

Model wzrostu gospodarczego opartego na kapitale ludzkim i postępie technicznym.

Parametry

- α – parametr funkcji produkcji dobra konsumpcyjnego (finalnego),
- μ, θ, γ – parametry funkcji produkcji kapitału ludzkiego,
- u – część czasu poświęcana na akumulację kapitału ludzkiego,
- δ, β, φ – parametry funkcji produkcji technologii,
- s_K – część produkcji przeznaczana na inwestycje,
- $1-s_K$ – część produkcji przeznaczana na konsumpcję,
- d – stopa deprecjacji kapitału fizycznego,
- n – stopa wzrostu populacji,
- L_A/L – część pracy wykorzystywana w produkcji technologii,
- L_Y/L – część pracy wykorzystywana w produkcji dobra konsumpcyjnego.

Zmienne

- Y – wielkość produkcji dobra konsumpcyjnego (finalnego),
- K – zasób kapitału fizycznego,

[J] Jones (1996) – c.d.

- $x(i)$ – ilość pośredniego dobra kapitałowego o zaawansowaniu technologicznym i ,
 A – zasób dostępnej technologii (bariera technologiczna),
 L – ilość całkowitej pracy dostępnej w gospodarce,
 L_Y – ilość pracy wykorzystywana w produkcji dobra konsumpcyjnego,
 L_A – ilość pracy wykorzystywana w produkcji technologii,
 L_h – ilość pracy wykorzystywana w produkcji kapitału ludzkiego,
 h – średni kapitał ludzki na osobę w rozważanym przedsiębiorstwie,
 $y \equiv Y/L_Y$,
 $k \equiv K/L_Y$.

Wielkości wynikowe

- g_x – stopy wzrostu wielkości x ,
 g – wspólna stopa wzrostu produkcji na osobę, kapitału fizycznego na osobę, średniego kapitału ludzkiego na osobę i technologii,
 y^* – poziom produkcji na pracownika w sektorze dóbr konsumpcyjnych w stanie stacjonarnym.

Układ założeń i równania modelu

1. W gospodarce produkowane są 3 rodzaje dóbr: konsumpcyjne (Y), pośrednie (x_i) i kapitał ludzki (h). Kapitał ludzki jest zdolnością do wykorzystywania dóbr pośrednich.
2. Całkowita praca jest dzielona w gospodarce między produkcję tych 3 dóbr, tzn. $L = L_Y + L_A + L_h$. (J1)
3. Dobra konsumpcyjne produkuje się z użyciem pracy L_Y i zbioru pośrednich dóbr kapitałowych x_i .
4. Dostępny w danym przedsiębiorstwie zakres dóbr pośrednich jest określony przez ilość kapitału ludzkiego na osobę h .
5. Występują stałe korzyści skali produkcji. Funkcja produkcji ($0 < \alpha < 1$):

$$Y(t) = L_Y(t)^{1-\alpha} \int_0^{h(t)} x_i(t)^\alpha di . \quad (J2)$$

6. Funkcja produkcji kapitału ludzkiego:

$$\dot{h}(t) = \mu e^{\theta u(t)} h(t) \left(\frac{A(t)}{h(t)} \right)^\gamma , \quad (J3)$$

gdzie $\mu > 0$, $\gamma > 0$ (tzn. łatwiej opanować produkcję mniej zaawansowanych dóbr pośrednich)

[J] Jones (1996) – c.d.

7. Funkcja produkcji technologii: $\dot{A}(t) = \delta h(t)^\beta L_A(t) A(t)^\varphi$. (J4)

8. Równanie akumulacji kapitału fizycznego:

$$\dot{K}(t) = s_K(t)Y(t) - dK(t). \quad (J5)$$

9. Jednostki dobra pośredniego x_i są tworzone z jednostek kapitału fizycznego

w stosunku 1:1, $\int_0^{h(t)} x_i(t) di = K(t)$. (J6)

Prowadzi to do funkcji produkcji dobra konsumpcyjnego postaci:

$$Y = K^\alpha (hL_Y)^{1-\alpha}. \quad (J7)$$

10. Decyzje alokacyjne w gospodarce dane są egzogenicznymi stopami s_K , u , L_A/L , L_Y/L .

Analiza modelu

1. W stanie stacjonarnym stopa wzrostu bariery technologicznej jest dana równaniem:

$$g_A = \frac{n}{1 - \beta - \varphi}. \quad (J8)$$

2. Stan stacjonarny dla modelu z rosnącą populacją istnieje tylko wtedy, gdy $\beta + \varphi < 1$. Jest to więc model „pół-endogenicznego” wzrostu – długookresowy wzrost jest możliwy tylko jeśli $n > 0$.

3. W stanie stacjonarnym zachodzi równość stóp wzrostu:

$$g_y = g_k = g_h = g_A \equiv g. \quad (J9)$$

4. Poziom produkcji na pracownika w sektorze dóbr konsumpcyjnych w stanie

stacjonarnym y^* spełnia: $y^* = \left(\frac{s_K}{n + g + d} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\mu}{g} e^{\theta u} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$. (J10)

5. Interpretacja modelu w kategoriach wielu krajów zwraca uwagę na istotę procesu transferu technologii między krajami i znaczenie kapitału ludzkiego, który pozwala wykorzystywać nowe technologie i osiągać dzięki temu wyższy wzrost gospodarczy.

[H] Hendricks (2002)

Syntetyczna informacja

Analiza zasobów kapitału ludzkiego na podstawie badań zarobków imigrantów do Stanów Zjednoczonych.

[H] Hendricks (2002) – c.d.

Parametry

- θ – parametr funkcji produkcji,
 ρ_H, ρ_L, ζ – parametry funkcji opisującej rozkład całkowitej pracy na pracę pracowników wykwalifikowanych i niewykwalifikowanych,
 J – liczba podklas wewnątrz klas kwalifikacji.

Zmienne

- K_c – ilość kapitału fizycznego w kraju c ,
 L_c – ilość pracy w kraju c ,
 Y_c – produkcja w kraju c ,
 A_c – całkowita produktywność czynników (TFP) w kraju c ,
 $L_{c,H}$ – ilość pracy świadczonej przez pracowników wykwalifikowanych,
 $L_{c,L}$ – ilość pracy pracowników niewykwalifikowanych,
 s – stopień kwalifikacji danego pracownika,
 $\omega_{c,s}$ – cena pracy o stopniu kwalifikacji s ,
 $\kappa_c \equiv K_c/Y_c$,
 $N_{c,s}$ – liczba pracowników o stopniu kwalifikacji s w kraju c ,
 h_j – względna efektywność pracy wewnątrz podklasy kwalifikacji,
 $\eta_{c,j}$ – efektywność pracowników w kraju c względem kraju odniesienia wewnątrz podklasy kwalifikacji (dla USA $\eta_{US,j} = 1$),
 $N_{c,j}$ – liczba pracowników w klasie kwalifikacji j w kraju c .

Układ założeń i równania modelu

1. Przyjmuje się funkcję produkcji Cobba-Douglasa:

$$Y_c = K_c^\theta (A_c L_c)^{1-\theta}. \quad (H1)$$

2. Na pracę składa się praca pracowników wykwalifikowanych oraz niewykwalifikowanych. Zakłada się, że podział ten opisuje funkcja typu CES⁴⁸:

$$L_c = G(L_{c,H}, L_{c,L}) = (\rho_H L_{c,H}^\zeta + \rho_L L_{c,L}^\zeta)^{1/\zeta}. \quad (H2)$$

Ujęcie takie pozwala na uzyskanie komplementarności między dwoma rodzajami pracy. W przypadku $\zeta = 1$, $\rho_H = \rho_L = 1$ występuje doskonała substytucyjność dwóch rodzajów pracy.

3. Rynki są doskonale konkurencyjne. Firmy wynajmują czynniki produkcji: kapitał fizyczny i pracę od gospodarstw domowych, aby zmaksymalizować zyski w danym okresie i przy danych cenach czynników produkcji.
4. Cena pracy o stopniu kwalifikacji s $\omega_{c,s}$:

⁴⁸ CES – ang. *Constant Elasticity of Substitution*. Funkcja taka charakteryzuje się stałą elastycznością krańcowej stopy substytucji dwóch rodzajów pracy.

[H] Hendricks (2002) – c.d.

$$\omega_{c,s} = (1 - \theta) A_c \kappa^{1-\theta} G_s(L_{c,H}, L_{c,L}). \quad (\text{H3})$$

gdzie $G_s(L_{c,H}, L_{c,L})$ jest pochodną funkcji $G(L_{c,H}, L_{c,L})$ względem pracy o stopniu kwalifikacji s .

5. Zarobki na pracownika w kraju c są proporcjonalne do efektywności pracy:

$$w_{c,s} = \omega_{c,s} \frac{L_{c,s}}{N_{c,s}}. \quad (\text{H4})$$

6. Poziom kwalifikacji identyfikowany jest w badaniach empirycznych z poziomem edukacji.

7. Uwzględniane są także różnice w poziomach kwalifikacji wewnątrz rozważanych klas pracowników wykwalifikowanych i niewykwalifikowanych, związane np. z wiekiem i wykształceniem. W tym celu dzielimy obie klasy na J podklas. Pracownicy w podklasie j należącej do klasy pracowników wykwalifikowanych J_H lub niewykwalifikowanych J_L mają $h_j \eta_{c,j}$ jednostek efektywnej pracy o stopniu kwalifikacji s . Wtedy:

$$L_{c,s} = \sum_{j \in J_s} N_{c,j} h_j \eta_{c,j}. \quad (\text{H5})$$

Wielkość $\eta_{c,j}$ może być interpretowana jako miara niemierzalnych różnic w umiejętnościach.

8. Można rozważyć dwie wersje modelu:

I. model kapitału ludzkiego – przyjmuje się wówczas stałą w różnych krajach TFP, czyli bierze się $A_c = A$, a więc TFP w każdym kraju jest równe stałej A .

II. model całkowitej produktywności czynników – przyjmuje się wtedy, że niemierzalne umiejętności są równe we wszystkich krajach, tzn. $\eta_{c,j} = 1$.

[MS] Manuelli, Seshadri (2005)

Syntetyczna informacja

Model wzrostu gospodarczego z kapitałem ludzkim, uwzględniający zróżnicowanie ilości i jakości tego kapitału.

Parametry

- I – wiek osiągnięcia niezależności (przez reprezentatywną jednostkę),
 B – wiek, w którym rodzą dzieci w reprezentatywnym gospodarstwie,
 R – wiek przejścia na emeryturę,
 T – długość życia,
 ρ – stopa dyskontowa,
 δ_k – stopa deprecjacji kapitału fizycznego,

[MS] Manuelli, Seshadri (2005) – c.d.

- δ_h – stopa deprecjacji kapitału ludzkiego,
 α_0, α_1 – parametry „stopnia altruizmu”,
 z, θ – parametry funkcji produkcji,
 z_h, γ_1, γ_2 – parametry funkcji produkcji kapitału ludzkiego,
 h_B, v – parametry funkcji produkcji „wczesnego” kapitału ludzkiego,
 σ – względna niechęć do ryzyka.

Zmienne

- $a \in [I, T]$ – wielkości bez indeksu dolnego odnoszą się do rodziców,
 $h(a)$ – zasób kapitału ludzkiego w wieku a ,
 $c(a)$ – wielkość konsumpcji w wieku a ,
 $x(a)$ – ilość dóbr rynkowych zużyta w produkcji nowego kapitału ludzkiego w wieku a ,
 $n(a)$ – część czasu poświęcana na produkcję nowego kapitału ludzkiego w wieku a ,
 $1-n(a)$ – część czasu poświęcana na pracę na rynku w wieku a ,
 $y(a)$ – dochody w wieku a ,
 f – logarytm naturalny liczby dzieci, które rodzą się w reprezentatywnym gospodarstwie domowym, wielkości z indeksem dolnym k odnoszą się do dzieci, np. $c_k(a), x_k(a)$; dla takich funkcji $a \in [B, B+I]$,
 x_E – inwestycje rodziców we wczesne dzieciństwo dzieci – decydują o poziomie kapitału ludzkiego u dzieci w wieku 6 lat $h_k(B+6) \equiv h_E$,
 b_k – posąg dla dziecka ($b_k > 0$),
 b – posąg otrzymany przez rodzica od swoich rodziców ($b > 0$),
 r – stopa procentowa,
 $V^P(h, b)$ – użyteczność całkowita rodzica,
 $V^k(h_k, b_k)$ – użyteczność całkowita dziecka,
 $u(c(a))$ – użyteczność konsumpcji $c(a)$,
 $e^{-\alpha_0 + \alpha_1 f}$ – „stopień altruizmu”,
 w – wynagrodzenie jednostki kapitału ludzkiego,
 s – liczba lat w szkole (edukacja formalna),
 $N(a, t)$ – liczba ludzi w wieku a w chwili t ,
 η – stopa wzrostu populacji ($= f/B$),
 $\bar{h}(r, w)$ – poziom kapitału ludzkiego na osobę w równowadze,
 k – kapitał fizyczny p.c. w rozważanej gospodarce,
 p_k – cena jednostki kapitału,
 κ – stosunek wielkości kapitału fizycznego do ludzkiego,
 y – dochód narodowy na osobę.

[MS] Manuelli, Seshadri (2005) – c.d.

Układ założeń i równania modelu

1. Reprezentatywne gospodarstwo domowe powstaje w wieku I . W wieku B rodzi się e^f dzieci. Okres wczesnego dzieciństwa dzieci przypada na lata od B do $B+6$ rodziców, a okres pozostawania dzieci w gospodarstwie domowym kończy się gdy rodzice są w wieku $B+I$. Rodzic przechodzi na emeryturę w wieku R i umiera w wieku T .
2. Każdy rodzic wybiera ścieżkę swojej konsumpcji w ciągu całego życia $c(a)$ i konsumpcję swych dzieci w okresie, gdy pozostają one w gospodarstwie domowym $c_k(a)$, maksymalizując swoją użyteczność i użyteczność swoich dzieci. Dopuszcza się możliwość „niedoskonałego altruizmu”, tzn. rodzic może bardziej cenić swoją własną konsumpcję niż konsumpcję dziecka.
3. Każdy rodzic wybiera takie ilości dóbr rynkowych $x(a)$ i $x_k(a)$ zużywanych w produkcji swojego kapitału ludzkiego i kapitału ludzkiego swoich dzieci, odpowiednio, oraz część czasu, jaką poświęci na produkcję tego kapitału $n(a)$ i jaką dzieci będą poświęcać na produkcję swojego kapitału ludzkiego $n_k(a)$. Pozostały czas, odpowiednio $1-n(a)$ i $1-n_k(a)$, poświęcany jest na pracę na rynku. Rodzice decydują też o inwestycjach w kapitał ludzki we wczesnym dzieciństwie swoich dzieci x_E , które decydują o poziomie kapitału ludzkiego w wieku 6 lat, a także o ilości pieniędzy, którą dziecko otrzyma opuszczając gospodarstwo domowe b_k . Zakłada się, że rodzice nie mogą zmusić dzieci do przejęcia ich długów, a więc b_k jest nieujemne.
4. Reprezentatywne gospodarstwo domowe rozwiązuje problem maksymalizacji użyteczności⁴⁹ postaci:

$$V^P(h, b) = \max \int_I^T e^{-\rho(a-I)} u(c(a)) da + e^{-\alpha_0 + \alpha_1 f} e^{-\rho B} V^k(h_k(B+I), b_k), \quad (\text{MS1})$$

przy ograniczeniu budżetowym:

$$\int_I^T e^{-r(a-I)} c(a) da + e^f \int_B^{B+I} e^{-r(a-I)} c_k(a) da + \int_I^R e^{-r(a-I)} x(a) da + e^f \int_B^{B+I} e^{-r(a-I)} x_k(a) da + e^f e^{-rB} b_k + e^f e^{-r(B+6)} x_E \leq \quad (\text{MS2})$$

$$\leq \int_I^R e^{-r(a-I)} w h(a) (1 - n(a)) da + e^f \int_B^{B+I} e^{-r(a-I)} w h_k(a) (1 - n_k(a)) da + b$$

i danych równaniach dynamiki kapitału ludzkiego rodzica:

$$\dot{h}(a) = z_h (n(a) h(a))^{\gamma_1} x(a)^{\gamma_2} - \delta_h h(a) \quad (\text{MS3})$$

$$\text{oraz dziecka: } \dot{h}_k(a) = z_h (n_k(a) h_k(a))^{\gamma_1} x_k(a)^{\gamma_2} - \delta_h h_k(a), \quad (\text{MS4})$$

⁴⁹ Por. przypis 46 na stronie 16.

[MS] Manuelli, Seshadri (2005) – c.d.

przy technologii produkcji „wczesnego” kapitału ludzkiego dzieci postaci:

$$h_k(B+6) = h_B x_E^v. \quad (\text{MS5})$$

przy danym $h(I)$ oraz parametrach funkcji produkcji kapitału ludzkiego $0 < \gamma_1, \gamma_2 < 1, \gamma_1 + \gamma_2 < 1$.

5. Zakłada się, że ograniczenie $b_k \geq 0$ nie jest wiążące. Wtedy stopa procentowa wiąże się ze stopą dyskontową w sposób następujący (zależny od stopnia altruizmu rodziców): $r = \rho + (\alpha_0 + (1 - \alpha_1)f)/B$. (MS6)

Wówczas problem optymalizacyjny (MS1)-(MS5) upraszcza się do następującego problemu maksymalizacji dochodu:

$$\max \int_6^R e^{-r(a-6)} (wh(a)(1-n(a)) - x(a)) da - x_E \quad (\text{MS7})$$

przy danym równaniu dynamiki kapitału ludzkiego:

$$\dot{h}(a) = z_h (n(a)h(a))^{\gamma_1} x(a)^{\gamma_2} - \delta_h h(a), \quad a \in [6, R] \quad (\text{MS8})$$

oraz technologii produkcji „wczesnego” kapitału ludzkiego w postaci:

$$h(6) = h_E = h_B x_E^v. \quad (\text{MS9})$$

6. Przyjmuje się funkcję użyteczności postaci:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (\text{MS10})$$

oraz funkcję produkcji typu Cobba-Douglasa: $F(k, h) = zk^\theta h^{1-\theta}$. (MS11)

7. Stosunek kapitału fizycznego do kapitału ludzkiego w równowadze określają następujące równania równowagi po stronie firm:

$$p_k(r + \delta_k) = F_k(\kappa, 1), \quad (\text{MS12})$$

gdzie F_k jest pochodną funkcji produkcji względem kapitału fizycznego *p.c.*, oraz równowagi produktu i kosztu marginalnego jednostki kapitału ludzkiego: $w = F_h(\kappa, 1)$, (MS13)

gdzie F_h jest pochodną funkcji produkcji względem kapitału ludzkiego *p.c.*

8. Demografię modelu opisują równania: $N(a, t) = \phi(a)e^{\eta t}$, (MS14)

$$\phi(a) = \eta \frac{e^{-\eta a}}{1 - e^{-\eta T}}. \quad (\text{MS15})$$

9. Kapitał ludzki na osobę wyraża się równaniem:

$$\bar{h}(r, w) = \int_{6+s}^R h(a)(1-n(a))\phi(a) da. \quad (\text{MS16})$$

Za jego pomocą można wyrazić dochód narodowy na osobę w rozważanej gospodarce: $y = F(\kappa, 1)\bar{h}$. (MS17)

[MS] Manuelli, Seshadri (2005) – c.d.

Analiza modelu

1. Można wykazać, że część czasu poświęcana na akumulację kapitału ludzkiego spełnia warunki:

$$a \in [6, 6+s): n(a) = 1 \quad (\text{MS18})$$

$$a \in [6+s, R]: \quad (\text{MS19})$$

$$n(a) = \frac{m(a)^{\frac{1}{1-\gamma}}}{e^{-\delta_h(a-s-6)} m(6+s)^{\frac{1}{1-\gamma}} + \frac{(r+\delta_h)e^{-\delta_h(a-R)} e^{\delta_h(a-R)}}{\gamma_1 \delta_h} \int_{e^{\delta_h(6+s-R)}} dx \left(1 - x^{\frac{r+\delta_h}{\delta_h}}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$$

$$\text{gdzie: } m(a) = 1 - e^{-(r+\delta_h)(R-a)}. \quad (\text{MS20})$$

W okresie pozostawania w szkole, jednostka poświęca cały swój czas na akumulację kapitału ludzkiego (naukę) - (równanie (MS18)). Po opuszczeniu szkoły, jednostka rozpoczyna pracę i sukcesywnie zmniejsza się ilość czasu poświęcana na akumulację kapitału ludzkiego. Spadek ten jest gwałtowny na początku (dominujący udział zaczyna mieć praca), wolniejszy w środkowym okresie życia zawodowego (jednostce nadal opłaca się inwestować, aby zwiększać swe zarobki) i ponownie gwałtowny tuż przed emeryturą (krótki czas do emerytury nie pozwoliłby wykorzystać nabywanych w tym czasie umiejętności).

2. Poziom kapitału ludzkiego zmienia się wraz z wiekiem następująco:

$$a=6: \quad (\text{MS21})$$

$$h_E = v^v h_B \left(\frac{\gamma_1^{\gamma_1(1-\gamma_2)} \gamma_2^{\gamma_1 \gamma_2} z_h^{\gamma_1} w^{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}}{(r+\delta_h)^{1-\gamma_2}} \right)^{\frac{v}{1-\gamma}} e^{-v(r+\delta_h(1-\gamma_1))s} m(6+s)^{\frac{v(1-\gamma_2)}{1-\gamma}}$$

$$a \in [6, 6+s): \quad (\text{MS22})$$

$$h(a) = h_E e^{-\delta_h(a-6)} \left\{ 1 + \left(h_E^{-(1-\gamma)} \left(\frac{w}{r+\delta_h} m(6) \right)^{\gamma_2} \gamma_2^{\gamma_2} z_h \right)^{\frac{1}{1-\gamma_2}} \right. \\ \left. \times \frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_2 r + \delta_h(1-\gamma_1)} \left(e^{\frac{\gamma_2 r + \delta_h(1-\gamma_1)}{1-\gamma_2}(a-6)} - 1 \right) \right\}^{\frac{1}{1-\gamma_1}}$$

$$a \in [6+s, R]: \quad (\text{MS23})$$

[MS] Manuelli, Seshadri (2005) – c.d.

$$h(a) = \left(\frac{\gamma_2^{\gamma_2} \gamma_1^{\gamma_1} z_h w^{\gamma_2}}{(r + \delta_h)^\gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \left\{ e^{-\delta_h(a-s-6)} \frac{\gamma_1}{r + \delta_h} m(6+s)^{\frac{1}{1-\gamma}} + \right. \\ \left. + \frac{e^{-\delta_h(a-R)}}{\delta_h} \int_{e^{\delta_h(6+s-R)}}^{e^{\delta_h(a-R)}} dx \left(1 - x \frac{r + \delta_h}{\delta_h} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \right\}.$$

Początkowy poziom kapitału ludzkiego zależy od poziomu „inwestycji” we wczesnym dzieciństwie. W okresie szkolnym następuje bardzo szybki wzrost zasobu kapitału ludzkiego rozważanej jednostki, a w okresie życia zawodowego początkowo zasób kapitału ludzkiego rośnie, ale w miarę jak jednostka coraz mniej inwestuje w jego produkcję wzrost staje się coraz wolniejszy, aż w końcu deprecjacja tego kapitału staje się szybsza od jego produkcji i zasób kapitału ludzkiego zaczyna maleć.

3. Parametry modelu można dopasować tak, że opisują dokładnie gospodarkę pewnego kraju (np. USA) i przewidywać zależność między kapitałem ludzkim i dochodem narodowym w innych krajach. Pozwala to m.in. wyodrębnić rolę ilościowych i jakościowych różnic w kapitale ludzkim. Możemy zapisać: $h_i(s+6) = h_i^q e^{\Phi_i s}$, (MS24)

gdzie pierwszy czynnik po prawej stronie równania reprezentuje jakość kapitału ludzkiego w kraju i -tym, a Φ_i jest miarą zwrotu ze szkolnictwa (jaki wzrost zarobków przynosi dodatkowy rok nauki). Znając stosunek lewych stron równania (MS24) dla np. USA i jakiegoś kraju biednego, można oszacować, jaka część różnic w całkowitym kapitale ludzkim wynika z różnic jego ilości, a jaka z różnic w jakości.

4. Podsumowanie

W trzecim punkcie przedstawiono wybrane modele kapitału ludzkiego. Dwa pierwsze – model Mincera i model Beckera – powstały około 1960 roku i są jednymi z pierwszych prób matematycznego podejścia do zagadnień kapitału ludzkiego. Model Mincera jest prostym modelem opisującym wpływ inwestycji w kapitał ludzki na rozkład dochodów. Z kolei, Becker analizował inwestycje w kapitał ludzki poprzez szkolenia w pracy. Wartość tych modeli polega na tym, że pokazano, jak sformalizować pewne intuicyjne wyobrażenia o kapitale ludzkim. Język wprowadzony

przez Mincera, Beckera i innych autorów jest wciąż używany w bardziej złożonych modelach, ale same modele mają dziś jedynie wartość historyczną.

Bardzo użyteczne i stosowane do dziś podejście do modelowania kapitału ludzkiego zaproponował Ben-Porath. W jego modelu wprowadzona została reprezentatywna jednostka akumulująca kapitał ludzki na poziomie maksymalizującym wartość bieżącą jej dochodów, oraz funkcja produkcji kapitału ludzkiego i równania dynamiki analizowanych wielkości ekonomicznych. Modele tego typu mogą być rozwiązywane technikami sterowania optymalnego.

Model Lucasa jest uważany za najbardziej klasyczny model kapitału ludzkiego. Autor zbudował dwie jego wersje, różniące się sposobem akumulacji kapitału ludzkiego – przez naukę w szkole lub wskutek zdobywania doświadczenia w pracy. Podobnie jak w modelu Ben-Poratha, Lucas sformułował równania dynamiki interesujących go wielkości⁵⁰. Zastosował jednak inne kryterium optymalizacyjne – maksymalizację użyteczności. Reprezentatywna jednostka akumuluje taką wielkość kapitału ludzkiego, która maksymalizuje jej użyteczność. Zasadnicza nowość, która pojawia się w modelu, polega na rozróżnieniu efektu wewnętrznego i zewnętrznego związanego z kapitałem ludzkim, co prowadzi do ciekawych wniosków dotyczących stóp wzrostu tego kapitału i kapitału fizycznego. Wartość pracy polega też na tym, że Lucas pokazał, że akumulacja kapitału ludzkiego może być modelowana jako nauka w szkole lub jako zdobywanie doświadczenia w pracy, i że prowadzi to do podobnych wniosków ekonomicznych.

Jones przedstawił model wzrostu gospodarczego opartego na kapitale ludzkim i postępie technicznym. Pokazał w nim, że te dwa czynniki wzrostu gospodarczego są ze sobą ściśle związane. Kapitał ludzki jest potrzebny do rozwoju technologii, a rozwój technologii przyczynia się do wzrostu zasobu kapitału ludzkiego. Wydaje się, że takie podejście jest najbardziej uzasadnione, a jego rozwijanie powinno dać wiele interesujących wniosków dotyczących istoty procesu wzrostu gospodarczego.

Zupełnie inne podejście do analizy kapitału ludzkiego zaproponował Hendricks. Zwrócił on uwagę, że można wnioskować o jego poziomie na podstawie zarobków osób wykształconych w różnych krajach, ale pracujących na tym samym rynku pracy. Oryginalny sposób pomiaru kapitału ludzkiego przez Hendricksa może być istotnym uzupełnieniem

⁵⁰ Nazwał je „mechaniką” rozwoju gospodarczego.

badania nad kapitałem ludzkim, ale podejście to jest zbyt uproszczone, by wyjaśnić różnice w dochodzie narodowym różnych krajów. Można przypuszczać, że uzupełnienie modelu o proces rozwoju technologii może dać dobre rezultaty.

W modelu Manuelliego i Seshadriego kapitał ludzki jest modelowany podobnie jak w pracach Ben-Poratha i Lucasa. Jednostki wybierają taki poziom kapitału ludzkiego, który maksymalizuje ich użyteczność. Nowością w modelu jest jednak wprowadzenie drugiego aspektu kapitału ludzkiego – jego jakości, obok rozważanej we wcześniejszych modelach ilości. Stanowi to bardzo istotne ulepszenie i prowadzi do większej zgodności przewidywań modelu z danymi empirycznymi.

Wydaje się, że w rozważaniach nad kapitałem ludzkim, w kontekście teorii wzrostu gospodarczego, warto pójść w kierunku konstrukcji syntetycznego modelu z kapitałem ludzkim i postępem technicznym. Kapitał ludzki jednostki powinien, po pierwsze, być jej indywidualnym wyborem maksymalizującym użyteczność, po drugie, być powiązany z poziomem technologii, a po trzecie, wpływać na produktywność jednostki. Należy uwzględnić możliwość zróżnicowania ilości i jakości kapitału ludzkiego oraz różnych sposobów jego akumulacji, a także występowanie nie tylko efektów wewnętrznych tego kapitału, ale także efektów zewnętrznych. Podsumowując, postulowany model byłby syntezą modelu Lucasa, Jonesa oraz Manuelliego i Seshadriego. Wydaje się, że takie ujęcie byłoby bardzo ciekawe i pozwoliłoby dojść do nowych wniosków dotyczących wzrostu gospodarczego i samej istoty kapitału ludzkiego oraz postępu technicznego.

Summary

This paper, entitled *Human Capital in the Models and Theory of Economic Growth*, attempts to review the studies concerning human capital as an economic growth factor. The first part of the paper gives an introduction to the subject with a discussion of various ways of defining and measuring human capital. The main part (chapter 3) gives a more detailed analysis of seven models. The first two models (Mincer's and Becker's) are of historic value and develop some intuitions about human capital in a mathematical language. Ben-Porath's model gives a very useful approach to human capital modeling – a representative person accumulates such amount of human capital that maximizes the present value

of their lifetime earnings. Human capital production function and equations of motion for the analyzed quantities are given. Lucas's model, the most classic human capital model, is discussed next. Its two versions differ in the way human capital is accumulated – through schooling and learning-by-doing. Internal and external effects of human capital are introduced. Jones's model is a model of human capital and technical change driven economic growth. Hendricks's model gives an analysis of unmeasured differences in human capital by considering immigrants and their earnings on the same labor market. The last model (Manuelli and Seshadri's) is similar to Ben-Porath's and Lucas's but gives a vital distinction of the quantity and quality of human capital. Such approach makes it possible to explain cross-country differences in the levels of national income. The last part concludes and discusses prospects of future research. A suggestion of building a synthetic model that incorporates the crucial elements of Lucas's, Jones's and Manuelli and Seshadri's model is given.

Bibliografia

Azariadis, C., Drazen, A., [1990], *Threshold Externalities in Economic Development*, Quarterly Journal of Economics, No. 105.

Barro, R., [2001], *Human Capital and Growth*, American Economic Review, No. 91.

Barro, R., Lee, J., [1993], *International Comparisons of Educational Attainment*, Journal of Monetary Economics, No. 32.

Becker, G., [1962], *Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis*, Journal of Political Economy, No. 70.

Becker, G., Murphy, K., Tamura, R., [1990], *Human Capital, Fertility and Economic Growth*, Journal of Political Economy, No. 98.

Benhabib, J., Spiegel, M., [2002], *Human Capital and Technology Diffusion*, szkic rozdziału przygotowywanego do pracy: P. Aghion, S. Durlauf (red.), Handbook of Economic Growth.

Ben-Porath, Y., [1967], *The Production of Human Capital and the Life Cycle of Earnings*, Journal of Political Economy, No. 75.

Bils, M., Klenow, P., [2000], *Does Schooling Cause Growth?*, American Economic Review, No. 90.

Caballe, J., Santos, M., [1993], *On Endogenous Growth with Physical and Human Capital*, Journal of Political Economy, No. 101.

Gibrat, R., [1931], *Les Inégalités économiques*, Sirey, Paryż.

Hendricks, L., [2002], *How Important Is Human Capital for Development? Evidence from Immigrant Earnings*, American Economic Review, No. 92.

Jones, C., [1996], *Human Capital, Ideas, and Economic Growth*, wystąpienie na VIII Villa Mondragone International Economic Seminar on Finance, Research, Education, and Growth, Roma 25-27.06.

Laitner, J., [1993], *Long-Run Growth and Human Capital*, Canadian Journal of Economics, No. 26.

Lucas, R., [1988], *On the Mechanics of Economic Development*, Journal of Monetary Economics, No. 22.

Malaga, K., [2004], *Konwergencja gospodarcza w krajach OECD w świetle zagregowanych modeli wzrostu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

Mankiw, N. G., Romer, D., Weil, D., [1992], *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics, No. 107.

Manuelli, R., Seshadri, A., [2005], *Human Capital and the Wealth of Nations*, szkic pracy, dostępny pod adresem: <http://www.nber.org/~confer/2005/efgw05/manuelli.pdf>.

Mincer, J., [1958], *Investment in Human Capital and Personal Income Distribution*, Journal of Political Economy, No. 66.

Nelson, R., Phelps, E., [1966], *Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth*, American Economic Review, No. 56.

Nicholson, J., [1891], *The Living Capital of the United Kingdom*, Economic Journal, No. 1.

Pigou, A. C., [1932], *The Economics of Welfare*, Macmillan&Co., Londyn.

Prescott, E., [1998], *Needed: A Theory of Total Factor Productivity*, International Economic Review, No. 39.

Rebelo, S., [1991], *Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth*, Journal of Political Economy, No. 99.

Schultz, T., [1961], *Investment in Human Capital*, American Economic Review, No. 51.

Solow, R., [1956], *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, Quarterly Journal of Economics, No. 70.

Temple, J., [2001], *Growth Effects of Education and Social Capital in the OECD Countries*, OECD Economic Studies, No. 33.

Uzawa. H., [1965], *Optimum Technical Change in An Aggregative Model of Economic Growth*, International Economic Review, No. 6.

Weisbrod, B., [1962], *Education and Investment in Human Capital*, Journal of Political Economy, No. 70.